

§4. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

Quan sát hình 1.18 ta thấy hai hình đen và trắng đối xứng với nhau qua tâm của hình chữ nhật. Để hiểu rõ loại đối xứng này chúng ta xét phép biến hình dưới đây.



Hình 1.18

I. ĐỊNH NGHĨA

Định nghĩa

Cho điểm I . Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MM' được gọi là phép đối xứng tâm I .

Điểm I được gọi là *tâm đối xứng* (h.1.19).

Phép đối xứng tâm I thường được kí hiệu là D_I .

Nếu hình \mathcal{H}' là ảnh của hình \mathcal{H} qua D_I thì ta còn nói \mathcal{H}' đối xứng với \mathcal{H} qua tâm I , hay \mathcal{H} và \mathcal{H}' đối xứng với nhau qua I .

Từ định nghĩa trên ta suy ra

$$M' = D_I(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}.$$

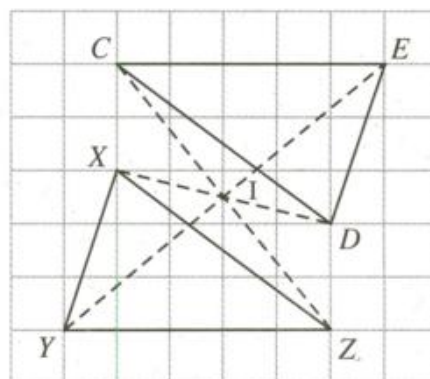
Ví dụ 1

a) Trên hình 1.20 các điểm X, Y, Z tương ứng là ảnh của các điểm D, E, C qua phép đối xứng tâm I và ngược lại.

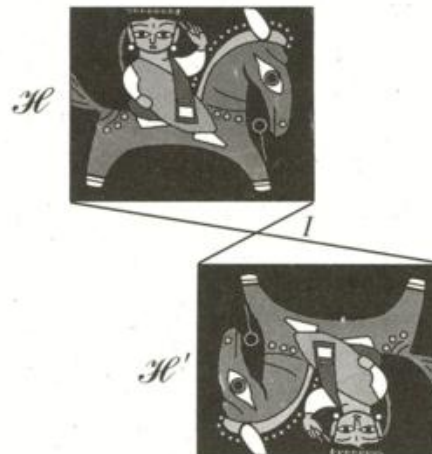
b) Trong hình 1.21 các hình \mathcal{A} và \mathcal{B} là ảnh của nhau qua phép đối xứng tâm I , các hình \mathcal{H} và \mathcal{H}' là ảnh của nhau qua phép đối xứng tâm I .



Hình 1.19



Hình 1.20



Hình 1.21

△₁ Chứng minh rằng

$$M' = D_l(M) \Leftrightarrow M = D_l(M').$$

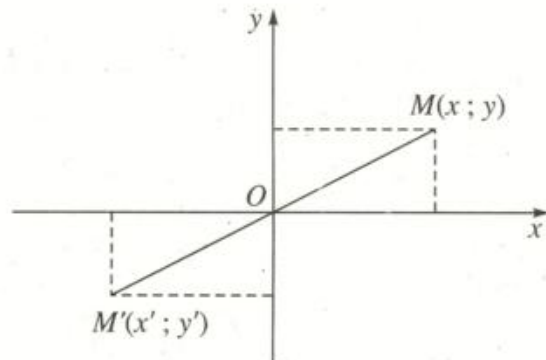
△₂ Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Đường thẳng kẻ qua O vuông góc với AB , cắt AB ở E và cắt CD ở F . Hãy chỉ ra các cặp điểm trên hình vẽ đối xứng với nhau qua tâm O .

II. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA PHÉP ĐỐI XỨNG QUA GỐC TOẠ ĐỘ

Trong hệ toạ độ Oxy cho $M = (x; y)$,
 $M' = D_O(M) = (x'; y')$, khi đó

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases} \quad (\text{h.1.22})$$

Biểu thức trên được gọi là *biểu thức toạ độ của phép đối xứng qua gốc toạ độ*.



Hình 1.22

△₃ Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho điểm $A(-4; 3)$. Tìm ảnh của A qua phép đối xứng tâm O .

III. TÍNH CHẤT

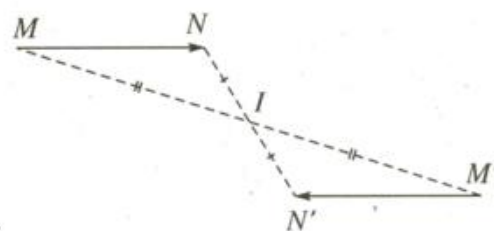
Tính chất 1

Nếu $D_l(M) = M'$ và $D_l(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$, từ đó suy ra $M'N' = MN$.

Thật vậy, vì $\overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$

và $\overrightarrow{IN'} = -\overrightarrow{IN}$ (h.1.23) nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{M'N'} &= \overrightarrow{IN'} - \overrightarrow{IM'} \\ &= -\overrightarrow{IN} - (-\overrightarrow{IM}) = -(\overrightarrow{IN} - \overrightarrow{IM}) = -\overrightarrow{MN}.\end{aligned}$$



Hình 1.23

Do đó $M'N' = MN$.

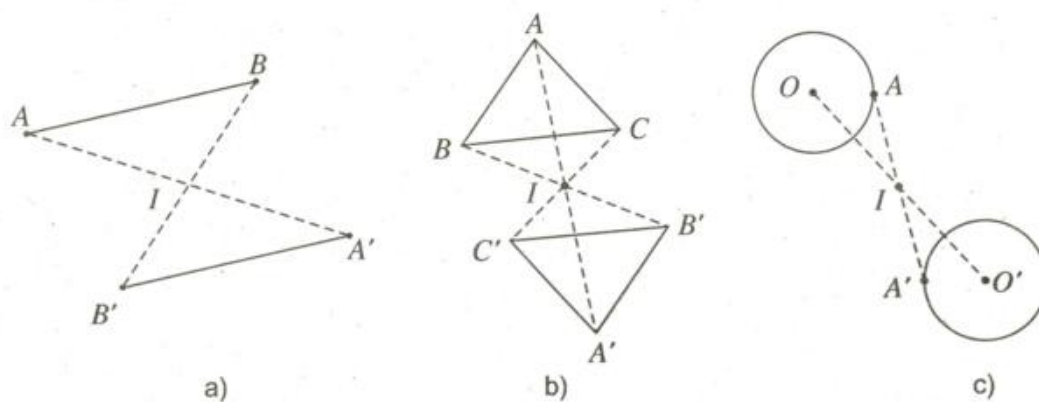
Nói cách khác, *phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.*

- 4 Chọn hệ toạ độ Oxy , rồi dùng biểu thức toạ độ của phép đối xứng tâm O chứng minh lại tính chất 1.

Từ tính chất 1 suy ra

Tính chất 2

Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính (h.1.24).



Hình 1.24

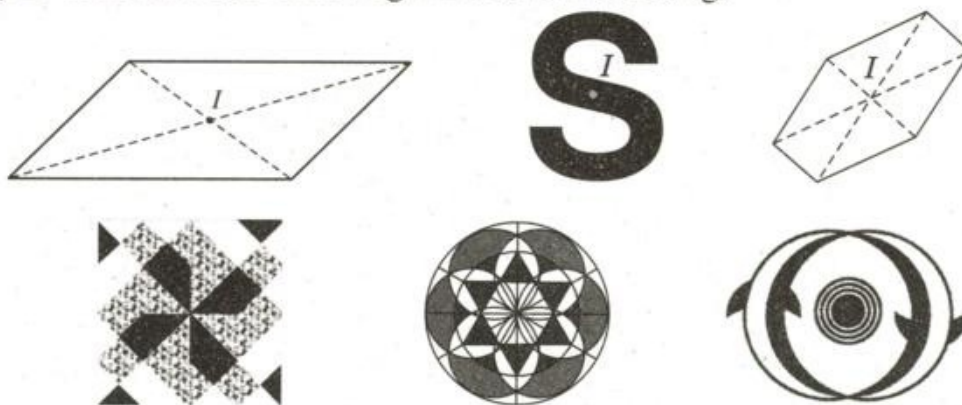
IV. TÂM ĐỐI XỨNG CỦA MỘT HÌNH

Định nghĩa

Điểm I được gọi là *tâm đối xứng của hình \mathcal{H}* nếu phép đối xứng tâm I biến \mathcal{H} thành chính nó.

Khi đó ta nói \mathcal{H} là hình có tâm đối xứng.

Ví dụ 2. Trên hình 1.25 là những hình có tâm đối xứng.



Hình 1.25

△₅ Trong các chữ sau, chữ nào là hình có tâm đối xứng?

H A N O I

△₆ Tìm một số hình tứ giác có tâm đối xứng.

BÀI TẬP

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(-1 ; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2y + 3 = 0$. Tìm ảnh của A và d qua phép đối xứng tâm O .
2. Trong các hình tam giác đều, hình bình hành, ngũ giác đều, lục giác đều, hình nào có tâm đối xứng?
3. Tìm một hình có vô số tâm đối xứng.