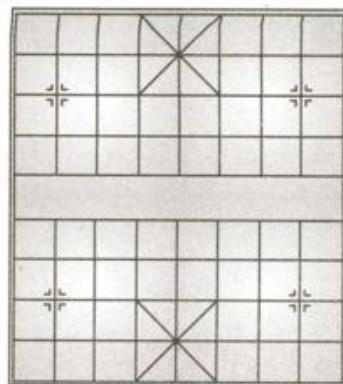


### §3. PHÉP ĐỔI XỨNG TRỰC



Chùa Dâu ở Bắc Ninh



Bàn cờ tướng

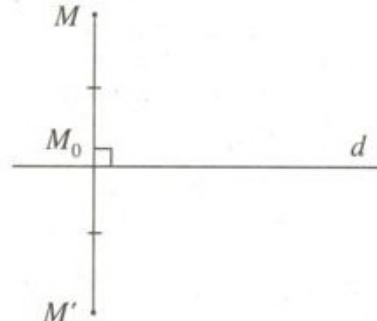
Hình 1.9

Trong thực tế ta thường gặp rất nhiều hình có trực đối xứng như hình con bướm, ảnh mặt trước của một số ngôi nhà, mặt bàn cờ tướng... . Việc nghiên cứu phép đối xứng trực trong mục này cho ta một cách hiểu chính xác khái niệm đó.

#### I. ĐỊNH NGHĨA

##### *Định nghĩa*

Cho đường thẳng  $d$ . Phép biến hình biến mỗi điểm  $M$  thuộc  $d$  thành chính nó, biến mỗi điểm  $M$  không thuộc  $d$  thành  $M'$  sao cho  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $MM'$  được gọi là *phép đổi xứng qua đường thẳng  $d$*  hay *phép đổi xứng trực  $d$*  (h.1.10).



Hình 1.10

Đường thẳng  $d$  được gọi là *trục của phép đổi xứng* hoặc đơn giản là *trục đổi xứng*.

Phép đổi xứng trực  $d$  thường được kí hiệu là  $D_d$ .

Nếu hình  $\mathcal{H}'$  là ảnh của hình  $\mathcal{H}$  qua phép đối xứng trục  $d$  thì ta còn nói  $\mathcal{H}$  đối xứng với  $\mathcal{H}'$  qua  $d$ , hay  $\mathcal{H}$  và  $\mathcal{H}'$  đối xứng với nhau qua  $d$ .

**Ví dụ 1.** Trên hình 1.11 ta có các điểm  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  tương ứng là ảnh của các điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  qua phép đối xứng trục  $d$  và ngược lại.

- △<sub>1</sub> Cho hình thoi  $ABCD$  (h.1.12). Tìm ảnh của các điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  qua phép đối xứng trục  $AC$ .

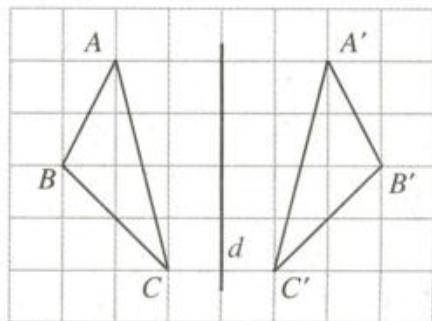
**Nhận xét**

1) Cho đường thẳng  $d$ . Với mỗi điểm  $M$ , gọi  $M_0$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên đường thẳng  $d$ . Khi đó

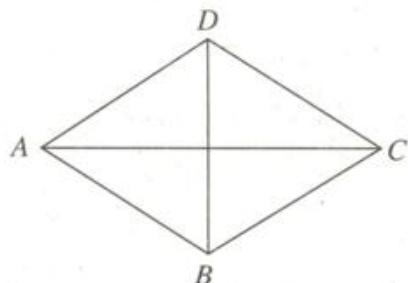
$$M' = D_d(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0 M'} = -\overrightarrow{M_0 M}$$

$$2) M' = D_d(M) \Leftrightarrow M = D_d(M').$$

- △<sub>2</sub> Chứng minh nhận xét 2.



Hình 1.11



Hình 1.12

## II. BIỂU THỨC TOÁN ĐỘ

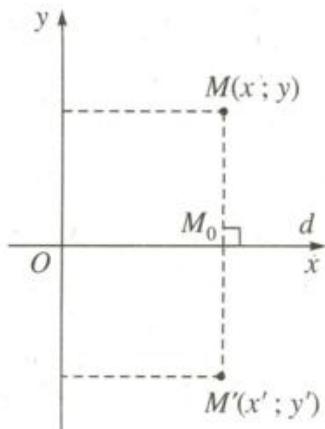
1) Chọn hệ toạ độ  $Oxy$  sao cho trục  $Ox$  trùng với đường thẳng  $d$ . Với mỗi điểm  $M = (x; y)$ , gọi  $M' = D_d(M) = (x'; y')$  (h.1.13) thì

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y. \end{cases}$$

Biểu thức trên được gọi là *biểu thức toạ độ của phép đối xứng qua trục  $Ox$* .

- △<sub>3</sub> Tìm ảnh của các điểm  $A(1; 2)$ ,  $B(0; -5)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

2) Chọn hệ toạ độ  $Oxy$  sao cho trục  $Oy$  trùng với đường thẳng  $d$ . Với mỗi điểm  $M = (x; y)$ , gọi  $M' = D_d(M) = (x'; y')$  (h.1.14) thì :

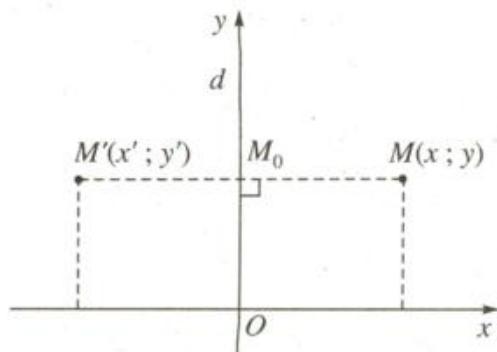


Hình 1.13

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y. \end{cases}$$

Biểu thức trên được gọi là *biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục Oy*.

- Δ4** Tìm ảnh của các điểm  $A(1 ; 2)$ ,  $B(5 ; 0)$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ .



Hình 1.14

### III. TÍNH CHẤT

Người ta chứng minh được các tính chất sau.

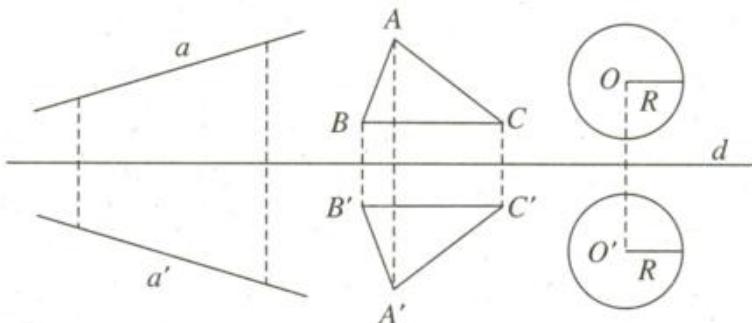
#### Tính chất 1

Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

- Δ5** Chọn hệ tọa độ  $Oxy$  sao cho trục  $Ox$  trùng với trục đối xứng, rồi dùng biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục  $Ox$  để chứng minh tính chất 1.

#### Tính chất 2

Phép đối xứng trục biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính (h.1.15).



Hình 1.15

### IV. TRỤC ĐỐI XUNG CỦA MỘT HÌNH

#### Định nghĩa

Đường thẳng  $d$  được gọi là *trục đối xứng của hình  $\mathcal{H}$*  nếu phép đối xứng qua  $d$  biến  $\mathcal{H}$  thành chính nó.

Khi đó ta nói  $\mathcal{H}$  là *hình có trục đối xứng*.

**Ví dụ 2**

a) Mỗi hình trong hình 1.16 là hình có trục đối xứng.



Hình 1.16

b) Mỗi hình trong hình 1.17 là hình không có trục đối xứng.



Hình 1.17

⚠ a) Trong những chữ cái dưới đây, chữ nào là hình có trục đối xứng ?

**H A L O N G**

b) Tìm một số hình tứ giác có trục đối xứng.

**BÀI TẬP**

- Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hai điểm  $A(1 ; -2)$  và  $B(3 ; 1)$ . Tìm ảnh của  $A, B$  và đường thẳng  $AB$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .
- Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho đường thẳng  $d$  có phương trình  $3x - y + 2 = 0$ . Viết phương trình của đường thẳng  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ .
- Trong các chữ cái sau, chữ nào là hình có trục đối xứng ?

**V I E T N A M**  
W  
O