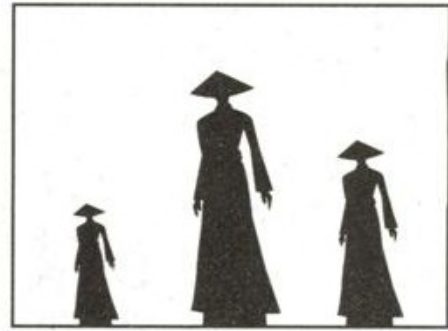


## §8. PHÉP ĐỒNG DẠNG

Nhà toán học cổ Hi Lạp nổi tiếng Py-ta-go (Pythagore) từng có một câu nói được người đời nhớ mãi : "Đừng thấy bóng của mình ở trên tường rất to mà tưởng mình vĩ đại". Thật vậy, bằng cách điều chỉnh đèn chiếu và vị trí đứng thích hợp ta có thể tạo được những cái bóng của mình trên tường giống hệt nhau nhưng có kích thước to nhỏ khác nhau. Những hình có tính chất như thế gọi là những hình đồng dạng (h.1.63). Vậy thế nào là hai hình đồng dạng với nhau ? Để



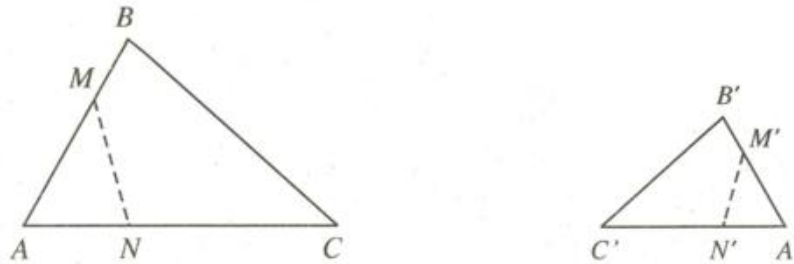
Hình 1.63

hiểu một cách chính xác khái niệm đó ta cần đến phép biến hình sau đây.

## I. ĐỊNH NGHĨA

### Định nghĩa

Phép biến hình  $F$  được gọi là phép đồng dạng tỉ số  $k$  ( $k > 0$ ), nếu với hai điểm  $M, N$  bất kì và ảnh  $M', N'$  tương ứng của chúng ta luôn có  $M'N' = kMN$  (h.1.64).



Hình 1.64

### Nhận xét

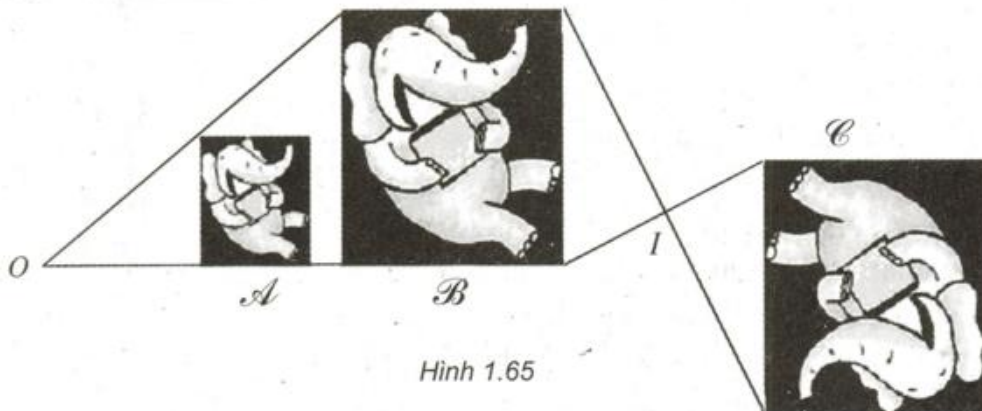
- 1) Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
- 2) Phép vị tự tỉ số  $k$  là phép đồng dạng tỉ số  $|k|$ .

△<sub>1</sub> Chứng minh nhận xét 2.

- 3) Nếu thực hiện liên tiếp phép đồng dạng tỉ số  $k$  và phép đồng dạng tỉ số  $p$  ta được phép đồng dạng tỉ số  $pk$ .

△<sub>2</sub> Chứng minh nhận xét 3.

**Ví dụ 1.** Trong hình 1.65 phép vị tự tâm  $O$  tỉ số 2 biến hình  $A$  thành hình  $B$ . Phép đối xứng tâm  $I$  biến hình  $B$  thành hình  $C$ . Từ đó suy ra phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình trên sẽ biến hình  $A$  thành hình  $C$ .




Hình 1.65


## II. TÍNH CHẤT


### Tính chất

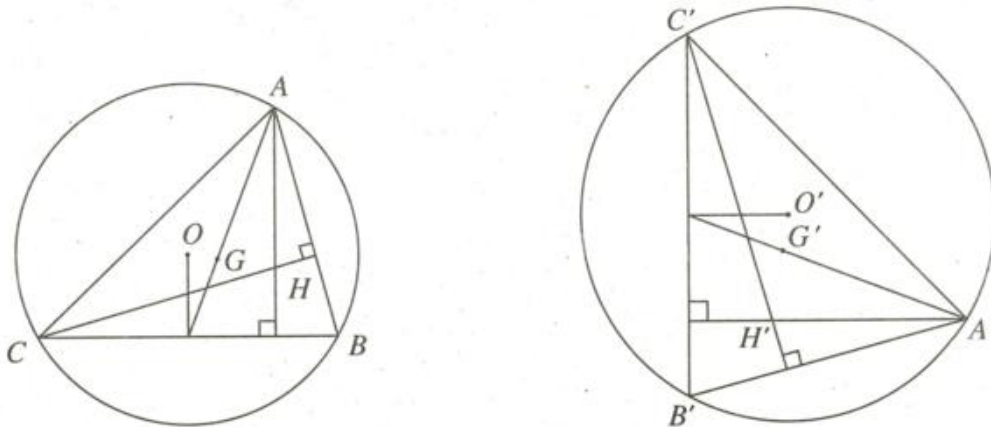
Phép đồng dạng tỉ số  $k$  :

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy.
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó.
- Biến đường tròn bán kính  $R$  thành đường tròn bán kính  $kR$ .

 3 Chứng minh tính chất a.

 4 Gọi  $A', B'$  lần lượt là ảnh của  $A, B$  qua phép đồng dạng  $F$ , tỉ số  $k$ . Chứng minh rằng nếu  $M$  là trung điểm của  $AB$  thì  $M' = F(M)$  là trung điểm của  $A'B'$ .

 **Chú ý.** a) Nếu một phép đồng dạng biến tam giác  $ABC$  thành tam giác  $A'B'C'$  thì nó cũng biến trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của tam giác  $ABC$  tương ứng thành trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của tam giác  $A'B'C'$  (h.1.66).



Hình 1.66

b) Phép đồng dạng biến đa giác  $n$  cạnh thành đa giác  $n$  cạnh, biến đỉnh thành đỉnh, biến cạnh thành cạnh.

## III. HÌNH ĐỒNG DẠNG

Chúng ta đã biết phép đồng dạng biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với nó. Người ta cũng chứng minh được rằng cho hai tam giác đồng

dạng với nhau thì luôn có một phép đồng dạng biến tam giác này thành tam giác kia. Vậy hai tam giác đồng dạng với nhau khi và chỉ khi có một phép đồng dạng biến tam giác này thành tam giác kia. Điều đó gọi cho ta cách định nghĩa các hình đồng dạng.

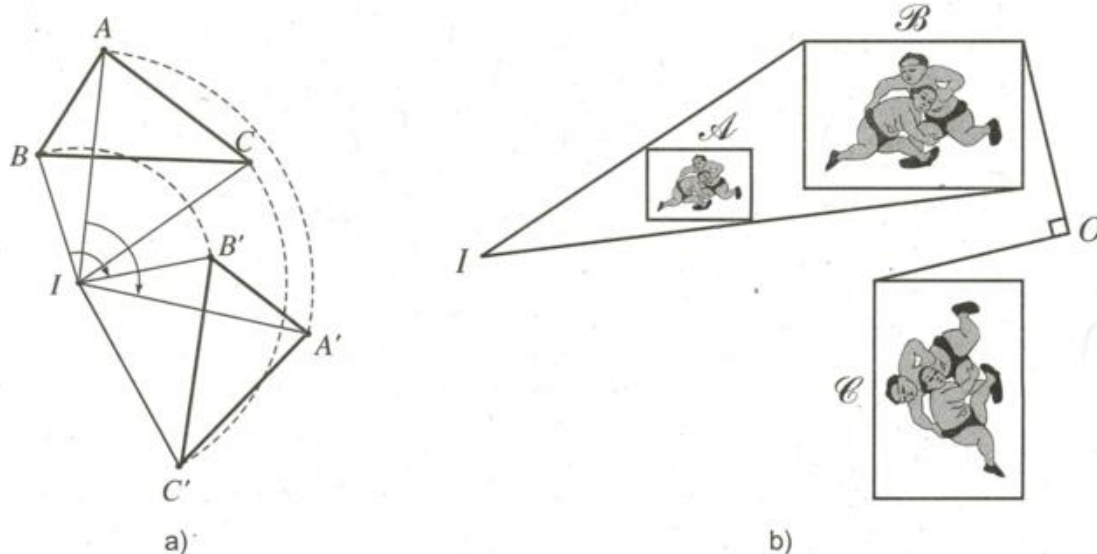
**Định nghĩa**

Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

**Ví dụ 2**

a) Tam giác  $A'B'C'$  là hình đồng dạng của tam giác  $ABC$  (h.1.67a).

b) Phép vị tự tâm  $I$  tỉ số 2 biến hình  $A$  thành hình  $B$ , phép quay tâm  $O$  góc  $90^\circ$  biến hình  $B$  thành hình  $C$ . Do đó phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình trên sẽ biến hình  $A$  thành hình  $C$ . Từ đó suy ra hai hình  $A$  và  $C$  đồng dạng với nhau (h.1.67b).



Hình 1.67

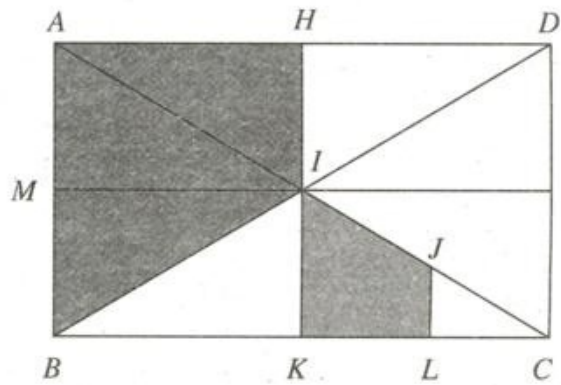
**Ví dụ 3.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $I$ . Gọi  $H, K, L$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC, KC$  và  $IC$ . Chứng minh hai hình thang  $JLKI$  và  $IHAB$  đồng dạng với nhau.

**Giải**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  (h.1.68). Phép vị tự tâm  $C$ , tỉ số 2 biến hình thang  $JLKI$  thành hình thang  $IKBA$ . Phép đối xứng qua đường thẳng  $IM$  biến hình thang  $IKBA$  thành hình thang  $IHAB$ . Do đó phép đồng dạng có được

bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình trên biến hình thang  $JLKI$  thành hình thang  $IHAB$ . Từ đó suy ra hai hình thang  $JLKI$  và  $IHAB$  đồng dạng với nhau.

- 5 Hai đường tròn (hai hình vuông, hai hình chữ nhật) bất kì có đồng dạng với nhau không ?



Hình 1.68

## BÀI TẬP

1. Cho tam giác  $ABC$ . Xác định ảnh của nó qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm  $B$  tỉ số  $\frac{1}{2}$  và phép đối xứng qua đường trung trực của  $BC$ .
2. Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $I$ . Gọi  $H, K, L$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC, KC$  và  $IC$ . Chứng minh hai hình thang  $JLKI$  và  $IHDC$  đồng dạng với nhau.
3. Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho điểm  $I(1; 1)$  và đường tròn tâm  $I$  bán kính 2. Viết phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm  $O$ , góc  $45^\circ$  và phép vị tự tâm  $O$ , tỉ số  $\sqrt{2}$ .
4. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AH$  là đường cao kẻ từ  $A$ . Tìm một phép đồng dạng biến tam giác  $HBA$  thành tam giác  $ABC$ .