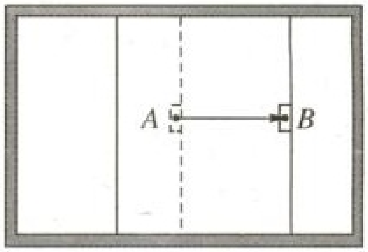
§2. PHÉP TỊNH TIẾN

Khi đẩy một cánh cửa trượt sao cho chốt cửa dịch chuyển từ vị trí A đến vị trí B ta thấy từng điểm của cánh cửa cũng được dịch chuyển một đoạn bằng AB và theo hướng từ A đến B (h.1.2). Khi đó ta nói cánh cửa được tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$.



Hình 1.2

I. ĐỊNH NGHĨA

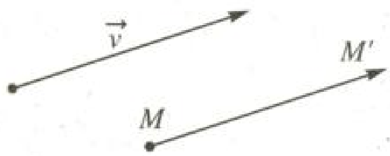
Định nghĩa

Trong mặt phẳng cho vectơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ (h.1.3).

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ thường được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$, $\vec{v}$ được gọi là *vectơ tịnh tiến*.

Như vậy

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}.$$



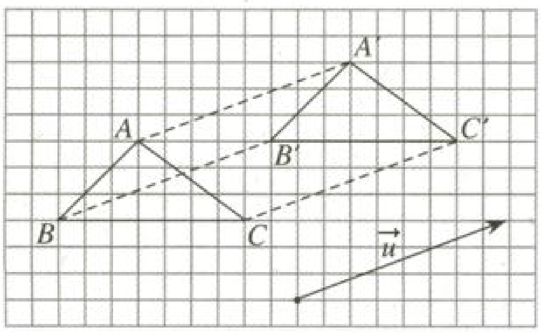
Hình 1.3

Phép tịnh tiến theo vectơ - không chính là *phép đồng nhất*.

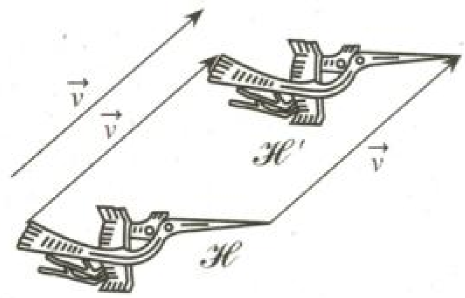
Ví dụ

a) Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến các điểm A, B, C tương ứng thành các điểm A', B', C' (h.1.4a).

b) Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến hình $\mathscr{H}$ thành hình $\mathscr{H}'$ (h.1.4b).

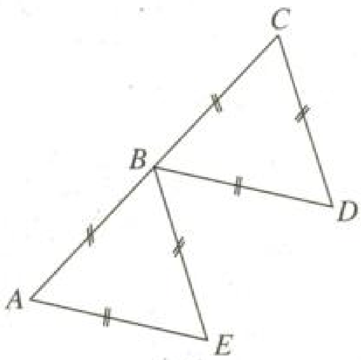


a)



b)

Hình 1.4



Hình 1.5

△1 Cho hai tam giác đều ABE và BCD bằng nhau trên hình 1.5. Tìm phép tịnh tiến biến ba điểm A, B, E theo thứ tự thành ba điểm B, C, D.

Bạn có biết ?

Vẽ những hình giống nhau có thể lát kín mặt phẳng là hứng thú của nhiều hoạ sĩ. Một trong những người nổi tiếng theo khuynh hướng đó là Mô-rit Cooc-ne-li Et-se (Maurits Cornelis Escher), hoạ sĩ người Hà Lan (1898 – 1972). Những bức tranh của ông được hàng triệu người trên thế giới ưa chuộng vì chẳng những rất đẹp mà còn chứa đựng những nội dung toán học sâu sắc. Sau đây là một số tranh của ông.

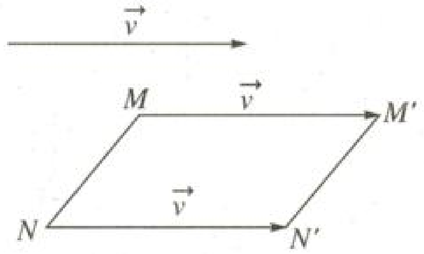
II. TÍNH CHẤT

Tính chất 1

Nếu $T_{\vec{v}}(M) = M'$, $T_{\vec{v}}(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$ và từ đó suy ra $M'N' = MN$.

Thật vậy, để ý rằng $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{v}$ và $\overrightarrow{M'M} = -\vec{v}$ (h.1.6), ta có

$$\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{M'M} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NN'}$$
$$= -\vec{v} + \overrightarrow{MN} + \vec{v} = \overrightarrow{MN}.$$



Hình 1.6

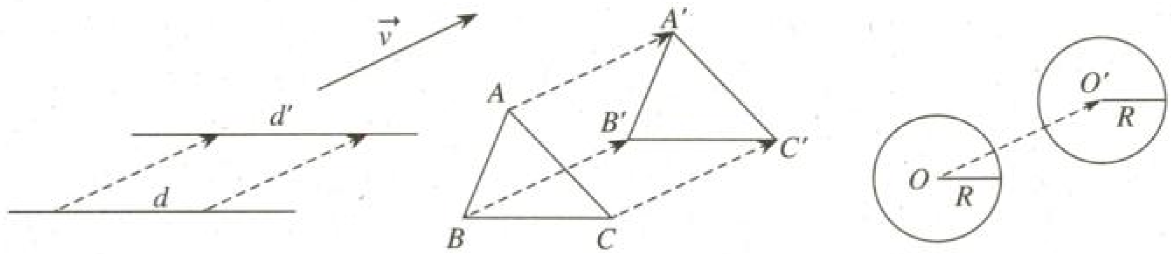
Từ đó suy ra $M'N' = MN$.

Nói cách khác, phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Từ tính chất 1 ta chứng minh được tính chất sau.

Tính chất 2

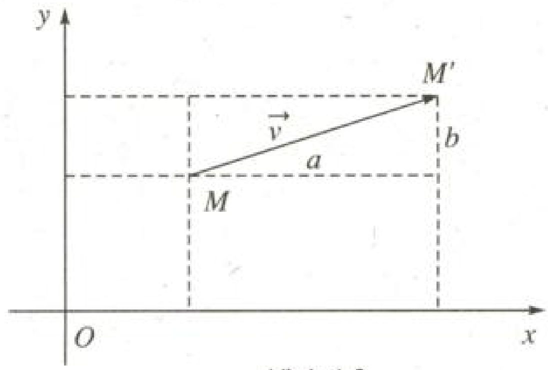
Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính (h.1.7).



Hình 1.7

△2 Nêu cách xác định ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

III. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ



Hình 1.8

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (a\ ;\ b)$ (h.1.8). Với mỗi điểm $M(x\ ;\ y)$ ta có $M'(x'\ ;\ y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Khi đó $\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b. \end{cases}$ Từ đó suy ra $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b. \end{cases}$

Biểu thức trên được gọi là *biểu thức toạ độ* của phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

△3 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (1\ ;\ 2)$. Tìm toạ độ của điểm M' là ảnh của điểm $M(3\ ;\ -1)$ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

BÀI TẬP

1. Chứng minh rằng : $M' = T_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow M = T_{-\vec{v}}(M')$.

2. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Xác định ảnh của tam giác ABC qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AG}$. Xác định điểm D sao cho phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AG}$ biến D thành A.

3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (-1\ ;\ 2)$, hai điểm $A(3\ ;\ 5)$, $B(-1\ ;\ 1)$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2y + 3 = 0$.

a) Tìm toạ độ của các điểm A', B' theo thứ tự là ảnh của A, B qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

b) Tìm toạ độ của điểm C sao cho A là ảnh của C qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

c) Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

4. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Hãy chỉ ra một phép tịnh tiến biến a thành b. Có bao nhiêu phép tịnh tiến như thế ?