

CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG II

1. Hãy nêu những cách xác định mặt phẳng, kí hiệu mặt phẳng.
2. Thế nào là đường thẳng song song với đường thẳng ? Đường thẳng song song với mặt phẳng ? Mặt phẳng song song với mặt phẳng ?
3. Nêu phương pháp chứng minh ba điểm thẳng hàng.
4. Nêu phương pháp chứng minh ba đường thẳng đồng quy.
5. Nêu phương pháp chứng minh
 - Đường thẳng song song với đường thẳng ;
 - Đường thẳng song song với mặt phẳng ;
 - Mặt phẳng song song với mặt phẳng.
6. Phát biểu định lí Ta-lét trong không gian.
7. Nêu cách xác định thiết diện tạo bởi một mặt phẳng với một hình chóp, hình hộp, hình lăng trụ.

BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG II

1. Cho hai hình thang $ABCD$ và $ABEF$ có chung đáy lớn AB và không cùng nằm trong một mặt phẳng.
 - a) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng sau :
(AEC) và (BFD) ; (BCE) và (ADF).
 - b) Lấy M là điểm thuộc đoạn DF . Tìm giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (BCE).
 - c) Chứng minh hai đường thẳng AC và BF không cắt nhau.
2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng SA, BC, CD . Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).
Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$, hãy tìm giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (MNP).
3. Cho hình chóp đỉnh S có đáy là hình thang $ABCD$ với AB là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và SC .
 - a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

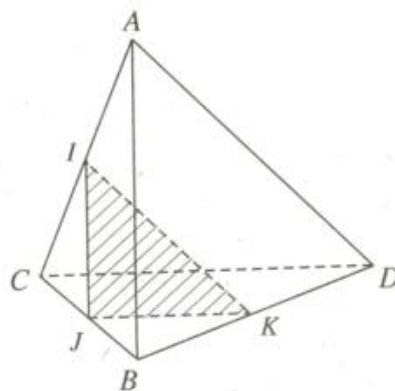
- b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) .
- c) Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) .
4. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (β) lần lượt cắt Ax, By, Cz và Dt tại A', B', C' và D' .
- a) Chứng minh mặt phẳng (Ax, By) song song với mặt phẳng (Cz, Dt) .
- b) Gọi $I = AC \cap BD, J = A'C' \cap B'D'$. Chứng minh IJ song song với AA' .
- c) Cho $AA' = a, BB' = b, CC' = c$. Hãy tính DD' .

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây :
- (A) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa ;
- (B) Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau ;
- (C) Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau ;
- (D) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.
2. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó
- (A) Đồng quy ; (B) Tạo thành tam giác ;
- (C) Trùng nhau ; (D) Cùng song song với một mặt phẳng.

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD (h.2.75). Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là
- (A) KD ;
- (B) KI ;
- (C) Đường thẳng qua K và song song với AB ;
- (D) Không có.



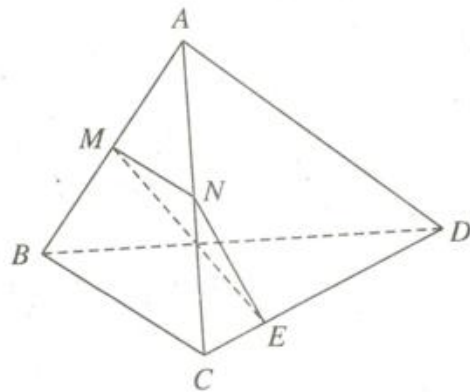
Hình 2.75

4. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

- (A) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) ;
- (B) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) ;
- (C) Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau ;
- (D) Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC (h.2.76), E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là :

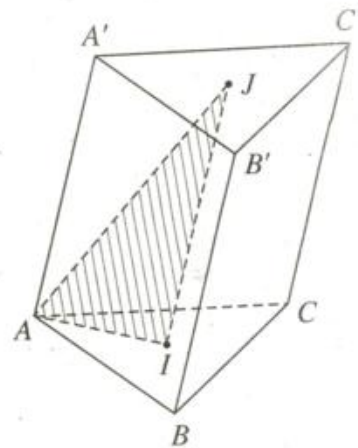
- (A) Tam giác MNE ;
- (B) Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD ;
- (C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$;
- (D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.



Hình 2.76

6. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$ (h.2.77). Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) với hình lăng trụ đã cho là

- (A) Tam giác cân ;
- (B) Tam giác vuông ;
- (C) Hình thang ;
- (D) Hình bình hành.



Hình 2.77

7. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) .

Thiết diện tạo bởi (α) và tứ diện $SABC$ là

- (A) Tam giác cân tại M ; (B) Tam giác đều ;
(C) Hình bình hành ; (D) Hình thoi.

8. Với giả thiết của bài tập 7, chu vi của thiết diện tính theo $AM = x$ là

- (A) $x(1 + \sqrt{3})$; (B) $2x(1 + \sqrt{3})$;
(C) $3x(1 + \sqrt{3})$; (D) Không tính được.

9. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các nửa đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A và cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB' = 2, DD' = 4$. Khi đó CC' bằng

- (A) 3 ; (B) 4 ;
(C) 5 ; (D) 6.

10. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

- (A) Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau ;
(B) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau ;
(C) Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau ;
(D) Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

11. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) .

Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì ?

- (A) Tam giác ; (B) Hình bình hành ;
(C) Hình thang ; (D) Hình vuông.

12. Với giả thiết của bài tập 11, gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, DS, SA . Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

- (A) Đường thẳng ; (B) Nửa đường thẳng ;
(C) Đoạn thẳng song song với AB ; (D) Tập hợp rỗng.



Ta-lét, người đầu tiên phát hiện ra nhật thực

Mọi người chúng ta đều biết đến định lí Ta-lét trong hình học phẳng và trong hình học không gian. Ta-lét là một thương gia, một người thích đi du lịch và một nhà thiên văn kiêm triết học. Ông là một nhà bác học thời cổ Hi Lạp và là người sáng lập ra trường phái triết học tự nhiên ở Mi-lét. Ông cũng được xem là thủy tổ của bộ môn Hình học. Trong lịch sử bộ môn Thiên văn, Ta-lét là người đầu tiên phát hiện ra nhật thực vào ngày 25 tháng 5 năm 585 trước Công nguyên. Ông đã khuyên những người đi biển xác định phương hướng bằng cách dựa vào chòm sao Tiểu Hùng Tinh.



Giới thiệu phương pháp tiên đề trong việc xây dựng hình học

Trong lúc chuyện trò, Hin-be (Hilbert) nói đùa rằng
*“Trong hình học, thay cho điểm, đường thẳng,
mặt phẳng ta có thể nói về cái bàn, cái ghế
và những cốc bia.”*

Từ thế kỉ thứ ba trước Công nguyên, qua tác phẩm “Cơ bản”, Ó-clít là người đầu tiên đặt nền móng cho việc áp dụng phương pháp tiên đề trong việc xây dựng hình học. Ý tưởng tuyệt vời này của Ó-clít đã được hoàn thiện bởi nhiều thế hệ toán học tiếp theo và mãi đến cuối thế kỉ XIX, Hin-be, nhà toán học Đức, trong tác phẩm “Cơ sở hình học” xuất bản năm 1899 đã đưa ra một hệ tiên đề ngắn, gọn, đầy đủ và không mâu thuẫn. Ngày nay có nhiều tác giả khác đưa ra những hệ tiên đề mới của hình học Ó-clít nhưng về cơ bản vẫn dựa vào hệ tiên đề Hin-be. Sau đây chúng ta sẽ tìm hiểu sơ lược về phương pháp tiên đề.

1. Tiên đề là gì ?

Trong sách giáo khoa hình học ở trường phổ thông, chúng ta đã gặp những khái niệm đầu tiên của hình học như điểm, đường thẳng, mặt phẳng, điểm thuộc đường thẳng, điểm thuộc mặt phẳng.v.v... Các khái niệm này được mô tả bằng hình ảnh của chúng và đều không được định nghĩa. Người ta gọi đó là các *khái niệm cơ bản* và dùng chúng để định nghĩa các khái niệm khác. Hơn nữa, khi học Hình học, chúng ta còn gặp những mệnh đề toán học thừa nhận những tính chất đúng đắn đơn giản nhất của đường thẳng và mặt phẳng mà không chứng minh, đó là các *tiên đề hình học*.

Thí dụ như :

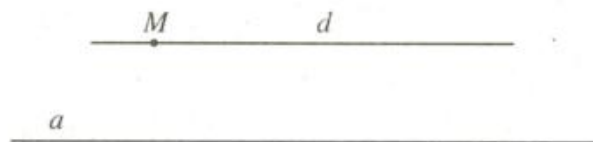
- Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước ;
- Có một và chỉ một mặt phẳng qua ba điểm không thẳng hàng cho trước ;
- Nếu có một đường thẳng đi qua hai điểm của một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó ;

v. v...

Người ta dựa vào các tiên đề Hình học để chứng minh các định lí của Hình học và xây dựng toàn bộ nội dung của nó. Một hệ tiên đề hoàn chỉnh phải thoả mãn một số điều kiện sau :

- Hệ tiên đề phải không mâu thuẫn ;
- Mỗi tiên đề của hệ phải độc lập với các tiên đề còn lại ;
- Hệ tiên đề phải đầy đủ.

2. Các lí thuyết hình học. Chúng ta biết rằng mỗi lí thuyết hình học có một hệ tiên đề riêng của nó. Riêng hình học Ô-clít và hình học Lô-ba-sép-xki chỉ khác nhau về tiên đề song song, còn tất cả các tiên đề còn lại của hai lí thuyết hình học này đều giống nhau. Trong sách giáo khoa Hình học lớp 7, tiên đề Ô-clít về đường thẳng song song được phát biểu như sau :



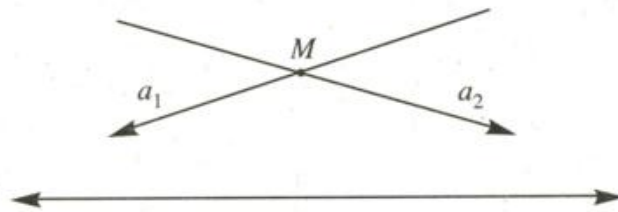
“Qua một điểm M nằm ngoài một đường thẳng a chỉ có một đường thẳng d song song với đường thẳng a đó”. Trong các giáo trình về cơ sở hình học, tiên đề này được gọi là tiên đề V của Ô-clít. Suốt hơn 2000 năm người ta đã nghi

ngờ cho rằng tiên đề V là một định lí chứ không phải là một tiên đề và tìm cách chứng minh tiên đề V từ các tiên đề còn lại, nhưng tất cả đều không đi đến kết quả. Tiên đề V còn được phát biểu một cách chính xác như sau:

“Trong mặt phẳng xác định bởi đường thẳng a và một điểm M không thuộc a có nhiều nhất là một đường thẳng đi qua điểm M và không cắt a ”. Sau đó người ta đặt tên cho đường thẳng không cắt a nói trên là đường thẳng song song với a .

Lô-ba-sép-xki là người đầu tiên đặt vấn đề thay tiên đề O-clít bằng tiên đề Lô-ba-sép-xki như sau :

“Trong mặt phẳng xác định bởi đường thẳng a và một điểm M không thuộc a có ít nhất hai đường thẳng đi qua M và không cắt a ”.



Từ tiên đề này người ta chứng minh được tổng các góc trong mỗi tam giác đều nhỏ hơn hai vuông và xây dựng nên một môn Hình học mới là *Hình học Lô-ba-sép-xki*. Ngày nay, Hình học Lô-ba-sép-xki có nhiều ứng dụng trong ngành Vật lí vũ trụ và đã tạo nên một bước ngoặt trong việc làm thay đổi tư duy khoa học của con người.