

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1 ; 1)$, $B(0 ; 3)$, $C(2 ; 4)$. Xác định ảnh của tam giác ABC qua các phép biến hình sau :
 - Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2 ; 1)$;
 - Phép đối xứng qua trục Ox ;
 - Phép đối xứng qua tâm $I(2 ; 1)$;
 - Phép quay tâm O góc 90° ;
 - Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.
- Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi G và H tương ứng là trọng tâm và trực tâm của tam giác, các điểm A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , CA , AB .
 - Tìm phép vị tự F biến A, B, C tương ứng thành A', B', C' .
 - Chứng minh rằng O, G, H thẳng hàng.
 - Tìm ảnh của O qua phép vị tự F .
 - Gọi A'', B'', C'' lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BH, CH ; A_1, B_1, C_1 theo thứ tự là giao điểm thứ hai của các tia AH, BH, CH với đường tròn (O) ; A'_1, B'_1, C'_1 tương ứng là chân các đường cao đi qua A, B, C .
Tìm ảnh của A, B, C, A_1, B_1, C_1 qua phép vị tự tâm H tỉ số $\frac{1}{2}$.
 - Chứng minh chín điểm $A', B', C', A'', B'', C'', A'_1, B'_1, C'_1$ cùng thuộc một đường tròn (đường tròn này gọi là đường tròn Ô-le của tam giác ABC).

3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Gọi M là trung điểm của đoạn AB , E là giao điểm của hai cạnh bên của hình thang $ABCD$ và G là trọng tâm của tam giác ECD .
- Chứng minh rằng bốn điểm S, E, M, G cùng thuộc một mặt phẳng (α) và mặt phẳng này cắt cả hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) theo cùng một giao tuyến d .
 - Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
 - Lấy một điểm K trên đoạn SE và gọi $C' = SC \cap KB, D' = SD \cap KA$.
Chứng minh rằng giao điểm của AC' và BD' thuộc đường thẳng d nói trên.
4. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có E, F, M và N lần lượt là trung điểm của AC, BD, AC' và BD' . Chứng minh $MN = EF$.
5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và DD' . Hãy xác định các thiết diện của hình lập phương cắt bởi các mặt phẳng $(EFB), (EFC), (EFC')$ và (EFK) với K là trung điểm của cạnh $B'C'$.
6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .
- Hãy xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau BD' và $B'C$.
 - Tính khoảng cách của hai đường thẳng BD' và $B'C$.
7. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , có $AD = 2a, AB = BC = a$. Trên tia Ax vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ lấy một điểm S . Gọi C', D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SC và SD . Chứng minh rằng :
- $\widehat{SBC} = \widehat{SCD} = 90^\circ$.
 - AD', AC' và AB cùng nằm trên một mặt phẳng.
 - Chứng minh rằng đường thẳng $C'D'$ luôn luôn đi qua một điểm cố định khi S di động trên tia Ax .