

## § 4

# ĐƯỜNG TIỆM CẬN

## A. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

- Biết định nghĩa giới hạn một bên. Biết cách tính các giới hạn một bên đối với các hàm số đơn giản (đa thức, phân thức, lượng giác).
- Biết định nghĩa tiệm cận của một đồ thị. Biết cách vận dụng định nghĩa để tìm tiệm cận của một hàm số.
- Biết cách tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của những hàm số cơ bản được học trong SGK.

## B. NỘI DUNG BÀI HỌC

- Hoạt động giới thiệu hình ảnh và cách tìm tiệm cận ngang của một đồ thị.

Ta có thể dựng đồ thị ( $C$ ) của hàm số  $y = \frac{2-x}{x-1}$  theo cách sau đây. Ta có

$$y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1.$$

Đồ thị ( $C$ ) được suy từ đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{x}$  (đã học từ cấp THCS) bằng cách tịnh tiến sang phải 1 đơn vị và xuống dưới 1 đơn vị. Từ đó, ta thấy rằng đường thẳng  $y = -1$  là tiệm cận ngang của đồ thị.

43

- c) Tiệm cận ngang :  $y = \frac{2}{5}$ ; Tiệm cận đứng :  $x = \frac{2}{5}$ .
- d) Tiệm cận ngang :  $y = -1$ ; Tiệm cận đứng :  $x = 0$ .
- a) Tiệm cận ngang :  $y = 0$ ; Hai tiệm cận đứng :  $x = 3, x = -3$ .
  - b) Tiệm cận ngang :  $y = -\frac{1}{5}$ ; Hai tiệm cận đứng :  $x = -1, x = \frac{3}{5}$ .
  - c) Tiệm cận đứng :  $x = -1$ .
  - d) Tiệm cận ngang (phía phải) :  $y = 1$ ; Tiệm cận đứng :  $x = 1$ .

Biến đổi theo cách trên, ta được một ví dụ nữa minh họa cho định nghĩa tiệm cận ngang như sau :

$y = y_o$  là tiệm cận ngang

$$\Leftrightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ (x \rightarrow -\infty)}} |f(x) - y_o| = 0.$$

Nên lưu ý rằng  $|f(x) - y_o|$  chính là khoảng cách từ một điểm  $M$  thuộc đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đến đường thẳng  $y = y_o$ . Vậy có thể nói

$y = y_o$  là tiệm cận ngang của  $(C)$

$$\Leftrightarrow \lim_{\substack{M \in (C) \\ M \rightarrow \infty}} MH = 0 \text{ (H.8).}$$

Nếu có ít nhất một trong các điều kiện  $x \rightarrow +\infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow -\infty$  ta nói  $M(x, y)$  ra vô cực. Kí hiệu  $M \rightarrow \infty$ .

2. Trước khi giải quyết hoạt động  $\hat{\wedge}_2$ , cũng cần chỉ cho học sinh thấy rằng  $|x - x_o|$  chính là khoảng cách từ điểm  $M(x; f(x))$  thuộc đồ thị đến đường thẳng  $x = x_o$ .

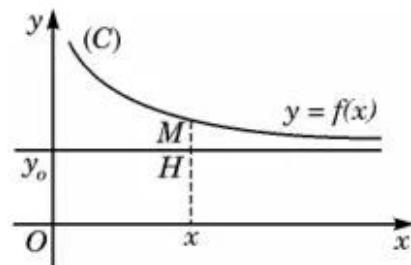
Vậy đường thẳng  $x = x_o$  là tiệm cận đứng của  $(C)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_o} |f(x)| = +\infty \text{ hay } \lim_{\substack{M \in (C) \\ M \rightarrow \infty}} MH = 0 \text{ (H.9).}$$

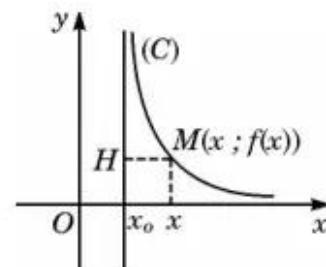
Đa số trường hợp, các đồ thị có tiệm cận đứng thường là các hàm số dạng phân thức. Hơn nữa, tại những điểm  $x_o$  làm cho mẫu số bằng 0 và tử số khác 0, ta có

$$\lim_{x \rightarrow x_o} f(x) = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_o} f(x) = -\infty.$$

Từ đó, dễ dàng suy ra cách tìm các tiệm cận đứng.



Hình 8



Hình 9

### C. BÀI TẬP

1. a) Tiệm cận ngang :  $y = -1$  ; Tiệm cận đứng :  $x = 2$ .  
b) Tiệm cận ngang :  $y = -1$  ; Tiệm cận đứng :  $x = -1$ .