

## A. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

Học sinh biết tìm căn bậc hai của một số thực âm và giải phương trình bậc hai với hệ số thực trong mọi trường hợp của biệt số  $\Delta$ .

## B. NỘI DUNG BÀI HỌC

## 1. Căn bậc hai của số thực âm

Khái niệm căn bậc hai của một số thực dương được ôn lại qua Hoạt động 1. Tương tự, từ đẳng thức  $i^2 = -1, (-i)^2 = -1$  ta suy ra  $\pm i$  là các căn bậc

156

3. a) Đặt  $Z = z^2$ , ta được phương trình  $Z^2 + Z - 6 = 0$ . Phương trình này có hai nghiệm là  $Z_1 = 2, Z_2 = -3$ . Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm  $\pm\sqrt{2}$  và  $\pm i\sqrt{3}$ .

$$\text{b) } z_{1,2} = \pm i\sqrt{2}; z_{3,4} = \pm i\sqrt{5}.$$

4. Đây là định lí Vi-ét đối với phương trình bậc hai. Trường hợp  $\Delta \geq 0$  ta đã biết kết quả. Xét trường hợp  $\Delta < 0$ , từ công thức nghiệm

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}, z_2 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} \text{ với } |\Delta| = 4ac - b^2,$$

ta cũng suy ra

$$z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}, z_1 z_2 = \frac{c}{a}.$$

5. Một phương trình bậc hai nhận  $z, \bar{z}$  làm nghiệm là

$$(x - z)(x - \bar{z}) = 0 \text{ hay } x^2 - (z + \bar{z})x + z\bar{z} = 0.$$

Nếu  $z = a + bi$  thì  $z + \bar{z} = 2a, z\bar{z} = a^2 + b^2$ .

Vậy phương trình đó là  $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$ .

hai của  $-1$ . Bằng trực giác, học sinh thấy ngay được các căn bậc hai của  $-2, -3, -4, \dots$

Tổng quát, các căn bậc hai của số thực  $a < 0$  là  $\pm i\sqrt{|a|}$ . Chú ý rằng kí hiệu  $\sqrt{|a|}$  gọi là căn số học, chỉ giá trị dương của căn bậc hai của  $|a|$ , ta không đưa ra kí hiệu căn bậc hai của số thực âm.

Như vậy, các căn bậc hai phức của một số thực âm được trình bày khá nhẹ nhàng: Không có định nghĩa chính thức về căn bậc hai phức, các căn bậc hai của một số thực âm tìm được chỉ bằng trực giác.

## 2. Phương trình bậc hai với hệ số thực

SGK không trình bày lại quá trình biến đổi dẫn đến công thức nghiệm của phương trình bậc hai mà chỉ nhắc lại kết quả đã biết về nghiệm thực của phương trình. Chú ý nhấn mạnh rằng trong trường hợp  $\Delta > 0$ , có hai căn bậc hai thực của  $\Delta$  là  $\pm\sqrt{\Delta}$  nên phương trình có hai nghiệm

thực  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ , còn trong trường hợp  $\Delta < 0$  có hai căn bậc hai thuần

ảo của  $\Delta$  là  $\pm i\sqrt{|\Delta|}$  vì thế phương trình bậc hai có hai nghiệm phức

là  $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ .

Như vậy, trong tập hợp các số phức, mọi phương trình bậc hai với hệ số thực đều có hai nghiệm. Tổng quát, ta có kết quả: Trong tập hợp số phức, mọi phương trình bậc  $n$  với hệ số phức đều có  $n$  nghiệm (không nhất thiết phân biệt).

## C. BÀI TẬP

1.  $\pm i\sqrt{7}, \pm 2i\sqrt{2}, \pm 2i\sqrt{3}, \pm 2i\sqrt{5}, \pm 11i$ .

2. a)  $z_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{2}}{3}$ ;      b)  $z_{1,2} = \frac{-3 \pm i\sqrt{47}}{14}$ ;      c)  $z_{1,2} = \frac{7 \pm i\sqrt{171}}{10}$ .