PHẦN I

NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG

A – Chương trình và sách giáo khoa

I – CHƯƠNG TRÌNH GIẢI TÍCH 12

Nội dung	Ghi chú và mức độ
Chương I. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ	
1. Sự liên quan giữa tính đơn điệu của một hàm số và dấu của đạo hàm cấp một của hàm số đó	*Về kiến thức :* Biết mối liên hệ giữa tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số và dấu đạo hàm cấp một của nó. *Về kĩ năng :* Biết cách xét tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu đạo hàm cấp một của nó. *Ví dụ.* Xét tính đồng biến, nghịch biến của các hàm số : $y = x^4 - 2x^2 + 3$; $y = 2x^3 - 6x + 2$; $y = \dfrac{3x+1}{1-x}$.
2. Cực trị của hàm số Định nghĩa. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị.	*Về kiến thức :* – Biết các khái niệm điểm cực đại, điểm cực tiểu, điểm cực trị của hàm số. – Biết các điều kiện đủ để hàm số có điểm cực trị.

	Về kĩ năng : Biết cách tìm điểm cực trị của hàm số. *Ví dụ*. Tìm các điểm cực trị của các hàm số $y = x^3(1-x)^2$; $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$.
3. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số	*Về kiến thức :* Biết các khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập hợp số. *Về kĩ năng :* Biết cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn, một khoảng. *Ví dụ* 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4 ; 4]$. 2. Tính các cạnh của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích 48 m^2.
4. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Định nghĩa và cách tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang.	*Về kiến thức :* Biết khái niệm đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang của đồ thị. *Về kĩ năng :* Tìm được đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. *Ví dụ*. Tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số : a) $y = \dfrac{3x-2}{2x+1}$; b) $y = \dfrac{x+3}{x^2-4}$. Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x^2 - 2x + 4}{2x+1}$.
5. Khảo sát hàm số. Sự tương giao của hai đồ thị. Cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.	*Về kiến thức :* Biết sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

	Ví dụ. Khảo sát và vẽ đồ thị của các hàm số : $y = \frac{x^4}{2} - x^3 - \frac{3}{2}$; $y = -x^3 + 3x + 1$; $y = \frac{4x+1}{2x-3}$. *Về kĩ năng :* Biết cách khảo sát và vẽ đồ thị của các hàm số : $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$; $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$; $y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (ac \neq 0)$. *Ví dụ*. Khảo sát và vẽ đồ thị của các hàm số : $y = \frac{x^4}{2} - x^2 - \frac{3}{2}$; $y = x^3 + 3x + 1$; $y = \frac{4x+1}{2x-3}$. Biết cách dùng đồ thị để biện luận số nghiệm của một phương trình. *Ví dụ*. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2$, biện luận số nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 + m = 0$ theo giá trị của tham số *m*.
Chương II. HÀM SỐ LUỸ THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT 1. Luỹ thừa Định nghĩa luỹ thừa với số mũ nguyên, số mũ hữu tỉ, số mũ thực. Các tính chất.	*Về kiến thức :* Biết các khái niệm luỹ thừa với số mũ nguyên của số thực, luỹ thừa với số mũ hữu tỉ không nguyên và luỹ thừa của một số thực dương. *Ví dụ*. Tính $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{-\frac{5}{2}}$. Biết các tính chất của luỹ thừa với số mũ nguyên, luỹ thừa với số mũ hữu tỉ và luỹ thừa với số mũ thực. *Về kĩ năng :* Biết dùng các tính chất của luỹ thừa để rút gọn biểu thức, so sánh những biểu thức có chứa luỹ thừa.

	Ví dụ. Rút gọn biểu thức $$\frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$$ (với $a>0$). *Ví dụ*. Chứng minh rằng $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}}<\left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}}$.
2. Lôgarit Định nghĩa lôgarit cơ số a $(a>0, a\neq 1)$ của một số. Các tính chất cơ bản của lôgarit. Lôgarit thập phân. Số e và lôgarit tự nhiên.	*Về kiến thức :* Biết khái niệm lôgarit cơ số a $(a>0, a\neq 1)$ của một số dương. Biết các tính chất của lôgarit (so sánh hai lôgarit cùng cơ số, quy tắc tính lôgarit, đổi cơ số của lôgarit). Biết các khái niệm lôgarit thập phân, số e và lôgarit tự nhiên. *Về kĩ năng :* Biết vận dụng định nghĩa để tính một số biểu thức chứa lôgarit đơn giản. *Ví dụ*. Tính : a) $3^{\log_{\frac{1}{27}}2}$; b) $\log_3 6.\log_8 9.\log_6 2$. Biết vận dụng các tính chất của lôgarit vào các bài tập biến đổi, tính toán các biểu thức chứa lôgarit. *Ví dụ*. Biểu diễn $\log_{30}45$ qua $\log_{30}5$ và $\log_{30}3$. *Ví dụ*. So sánh các số : a) $\log_3 5$ và $\log_7 4$; b) $\log_{0,3}2$ và $\log_7 4$.
3. Hàm số luỹ thừa. Hàm số mũ. Hàm số lôgarit.	*Về kiến thức :* – Biết khái niệm và tính chất của hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit.

Định nghĩa, tính chất, đạo hàm và đồ thị.	– Biết công thức tính đạo hàm của các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Biết dạng đồ thị của các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. *Về kĩ năng :* – Biết vận dụng tính chất của các hàm số mũ, hàm số lôgarit vào việc so sánh hai số, hai biểu thức chứa mũ và lôgarit. – Biết vẽ đồ thị của các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Tính được đạo hàm của các hàm số $y = e^x$, $y = \ln x$. *Ví dụ.* Vẽ đồ thị của các hàm số : a) $y = 3.2^x$; b) $y = 2^{x-4}$. c) $y = 2\log_{\frac{1}{2}} x$; d) $y = \log_{\frac{1}{2}} x^2$. – Tính được đạo hàm của các hàm số luỹ thừa, mũ và lôgarit. *Ví dụ.* Tính đạo hàm của các hàm số : a) $y = 2xe^x + 3\sin 2x$; b) $y = 5x^2 - \ln x + 8\cos x$.
4. Phương trình, hệ phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit.	*Về kĩ năng :* – Giải được một số phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit đơn giản bằng các phương pháp đưa về luỹ thừa cùng cơ số, phương pháp lôgarit hoá, phương pháp dùng ẩn số phụ, phương pháp dùng tính chất của hàm số. *Ví dụ.* Giải phương trình : a) $\left(\frac{7}{11}\right)^{2x-3} = \left(\frac{11}{7}\right)^{3x-7}$;

	b) $2.16^x - 17.4^x + 8 = 0$; c) $\log_4(x+2) = \log_2 x$. *Ví dụ*. Giải bất phương trình : a) $9^x - 5.3^x + 6 < 0$; b) $\log_3(x+2) > \log_9(x+2)$.
Chương III. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG 1. Nguyên hàm Định nghĩa và các tính chất của nguyên hàm. Kí hiệu họ các nguyên hàm của một hàm số. Bảng nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp. Phương pháp tính nguyên hàm từng phần, phương pháp đổi biến số.	*Về kiến thức :* – Hiểu khái niệm nguyên hàm của một hàm số. – Biết các tính chất cơ bản của nguyên hàm. *Về kĩ năng :* – Tìm được nguyên hàm của một số hàm số tương đối đơn giản dựa vào bảng nguyên hàm và cách tính nguyên hàm từng phần. *Ví dụ*. Tính $\int \frac{x^3}{x+2}\,dx$. – Sử dụng được phương pháp đổi biến số (khi đã chỉ rõ cách đổi biến số và không đổi biến số quá một lần) để tính nguyên hàm. *Ví dụ*. Tính : a) $\int \left(e^{2x}+5\right)^3 e^{2x}dx$; b) $\int x\sin 2x dx$; c) $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}dx$ (*HD* : Đặt $u = 3x + 1$).
2. Tích phân. Diện tích hình thang cong. Định nghĩa và các tính chất của tích phân. Phương pháp tính tích phân từng phần, phương pháp đổi biến số.	*Về kiến thức :* – Biết khái niệm diện tích hình thang cong. – Biết định nghĩa tích phân của hàm số liên tục bằng công thức Niu-tơn Lai-bơ-nít. – Biết các tính chất của các tích phân. *Về kĩ năng :* – Tìm được tích phân của một số hàm số tương đối đơn giản bằng định nghĩa hoặc phương pháp tính tích phân từng phần.

	Ví dụ. Tính $\int_1^2 \frac{x^2 - 2x}{x^3} \mathrm{d}x$. – Sử dụng được phương pháp đổi biến số (khi đã chỉ rõ cách đổi biến số và không đổi biến số quá một lần) để tính tích phân. *Ví dụ*. Tính : a) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \sin 7x \, \mathrm{d}x$; b) $\int_{-1}^{1} \frac{2}{(x-2)(x+3)} \mathrm{d}x$; c) $\int_1^2 \sqrt{x+2} \, \mathrm{d}x$. (*HD* : Đặt $u = x + 2$).
3. Ứng dụng hình học của tích phân	*Về kiến thức :* Biết các công thức tính diện tích, thể tích nhờ tích phân. *Về kĩ năng :* Tính được diện tích một số hình phẳng, thể tích một số khối nhờ tích phân. *Ví dụ*. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$. *Ví dụ*. Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và parabol $y = x(4 - x)$ quay quanh trục hoành.
Chương IV. SỐ PHỨC 1. Định nghĩa số phức. Biểu diễn hình học của số phức. Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số phức.	*Về kiến thức :* – Biết định nghĩa số phức. – Biết cách biểu diễn hình học của số phức, môđun của số phức, số phức liên hợp. *Về kĩ năng :* Thực hiện được các phép cộng, trừ, nhân, chia số phức. *Ví dụ*. Tính : a) $5 + 2i - 3(-7 + 6i)$;

	b) $\left(2-\sqrt{3}i\right)\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}i\right)$; c) $\left(1+\sqrt{2}i\right)^2$; d) $\frac{2-15i}{3+2i}$.
2. Giải phương trình bậc hai với hệ số thực.	*Về kĩ năng :* Biết tìm nghiệm phức của phương trình bậc hai với hệ số thực (nếu $\Delta < 0$). *Ví dụ.* Giải phương trình $x^2 + x + 1 = 0$.
Ôn tập cuối năm	

II – CẤU TRÚC CHUNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIẢI TÍCH 12 VÀ CỦA PHẦN ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH CẤP THPT

1. Chương trình Đại số và Giải tích cấp THPT có ba phần : Đại số, Giải tích và Toán ứng dụng.

Ở cấp THCS học sinh đã được học những nội dung cơ bản và đơn giản về các phép toán đại số, phương trình, bất đẳng thức, về các tập số và về hàm số.

Ở cấp THPT, học sinh được cung cấp khá đầy đủ kiến thức để hoàn thành phần Đại số với các chương Phương trình, Bất phương trình đại số và Lượng giác. Chương Số phức được đưa vào cuối chương trình Giải tích 12 nhằm hoàn thành quá trình mở rộng các tập hợp số.

Khác với các chương trình Đại số và Giải tích trước đây, lần này các nội dung của ba phần trên được xếp đan xen nhau để phục vụ cho việc tiếp thu và ứng dụng toán vào các phần khác (như Toán học ứng dụng) và các môn khác (như Vật lí, Hoá học,...). Cách sắp xếp này không giữ được tính hệ thống đẹp đẽ về mặt toán học nhưng làm tăng hiệu quả của việc học toán.

Toán ứng dụng (Xác suất, Thống kê) là nội dung mới mẻ so với những lần trước. Vì vậy, để học tốt phần này, phải trang bị tốt các kiến thức về Đại số (Tập hợp, Phương trình, Bất phương trình) và về Giải tích (Hàm số, Hàm số bậc nhất và bậc hai, Hàm số lượng giác). Ngoài ra, cần học phần Tổ hợp thật tốt để tiếp thu các kiến thức về Xác suất.

Phần Giải tích (bắt đầu bởi các chương : Hàm số bậc nhất và bậc hai, Hàm số lượng giác) bao gồm :

- Hàm số
- Dãy số và Giới hạn

• Đạo hàm

• Tích phân

Nền tảng của Giải tích là Giới hạn. Tuy nhiên, việc tiếp thu định nghĩa chính xác về giới hạn là điều khó khăn đối với học sinh phổ thông. Vì thế, chương trình quy định không nêu định nghĩa chính xác mà chỉ cung cấp một cách trực quan khái niệm và rèn luyện kĩ năng tính các giới hạn đơn giản cho học sinh.

Khái niệm Dãy số được trình bày trước Giới hạn để chuẩn bị cho việc học giới hạn của dãy số. Lưu ý rằng, trong đại số, các phép toán chỉ được thực hiện trên một tập hữu hạn các số. Về khái niệm giới hạn của một dãy số, lần đầu tiên học sinh được biết đến phép toán trên một tập vô hạn các số.

Đạo hàm và Tích phân là hai phần chính của Giải tích toán học. Đối với cả hai khái niệm, ngoài lí thuyết (định nghĩa, các tính chất và phép toán) còn có phần rất quan trọng nữa là ứng dụng.

2. Ứng dụng của đạo hàm rất phong phú (trong Vật lí, Hoá học, Kinh tế, Kĩ thuật, ...). Tuy nhiên, vì thời lượng hạn chế nên ở lớp 12 chỉ xét ứng dụng đạo hàm để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số. Hơn nữa, để giảm tải, chương này cũng được trình bày đơn giản hơn trước. Cụ thể là :

• Học sinh không phải học "Cung lồi, cung lõm, điểm uốn", "Điểm cố định" và nhiều bài toán liên quan đến khảo sát hàm số.

• Không học "Tiệm cận xiên", không khảo sát các hàm số có tiệm cận xiên (như $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$) và không học khái niệm đạo hàm một phía.

3. Về Nguyên hàm và Tích phân nên lưu ý một vài điểm sau :

• Trong SGK Giải tích 12, ta không nêu riêng định nghĩa nguyên hàm trên một đoạn. Mặc dù vậy, khi định nghĩa tích phân, ta vẫn nói ". Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên một đoạn ...". Ở đây, ta hiểu đạo hàm của $f(x)$ tại các đầu mút là đạo hàm hai phía bình thường với chú ý rằng giới hạn

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x}$$

được xét với điều kiện x_0 và $x_0 + \Delta x$ đều thuộc khoảng xác định. Tuy nhiên, không nên giải thích quá sâu như thế để tránh gây thắc mắc cho học sinh.

Trong SGK Giải tích 12 có trình bày phép đổi biến số khi tìm nguyên hàm và tính tích phân.

Cũng như đối với đạo hàm, SGK chỉ dừng lại ở việc trình bày ứng dụng hình học của tích phân như tính diện tích, thể tích. Trong phần tính thể tích của vật thể tròn xoay, ta không xét hình tròn xoay được tạo nên bởi các đường khi quay quanh trục Oy.

4. Vì chương trình lớp 11 có thêm hai chương Tổ hợp – Xác suất và Đạo hàm nên chương Hàm số luỹ thừa – Hàm số mũ – Hàm số lôgarit được chuyển sang lớp 12. Việc sắp xếp chương này sau chương Đạo hàm và ứng dụng dẫn tới một số thay đổi trong việc trình bày các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit. Ta không chỉ vẽ đồ thị bằng cách lấy từng điểm rồi nối lại mà tiến hành khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số đó theo đúng sơ đồ đã học trong chương I, SGK Giải tích 12. Vì Đạo hàm được học ở lớp 11 khi chưa biết hàm số mũ và hàm số lôgarit nên ở đây, trước khi khảo sát các hàm số này, ta phải nêu và chứng minh công thức đạo hàm của chúng.

5. Sau năm 1975, đây là lần đầu tiên chương Số phức được đưa vào chương trình Toán ở THPT.

Trước đây chỉ có trong SGK chương trình phân ban.

Chương Số phức kết thúc chương trình Giải tích 12 và cũng là kết thúc chương trình Đại số và Giải tích ở THPT. Việc đưa Số phức vào chương trình nhằm hoàn thành việc mở rộng các tập hợp số từ tập số tự nhiên :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}.$$

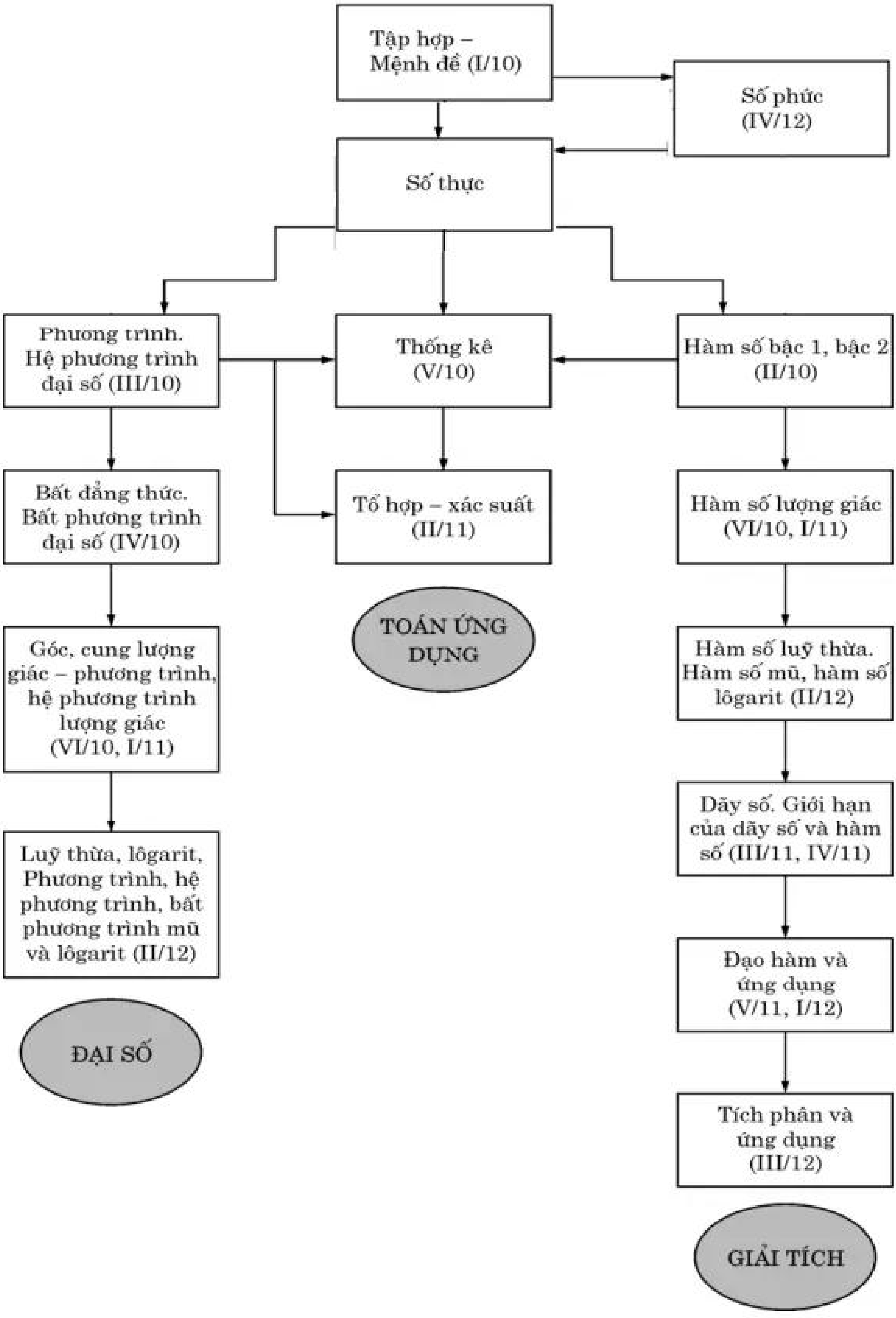
Hiểu biết về số phức thực sự cần thiết đối với học sinh trung học vì ngoài việc hoàn thiện kiến thức về các tập số, nhiều môn học (như Vật lí, Sinh học, ...) đã đòi hỏi áp dụng số phức rồi.

Học sinh không được học dạng lượng giác của số phức vì lí do giảm tải. Trong Chương IV, giáo viên cần lưu ý học sinh thấy ý nghĩa của định lí cơ bản của đại số :

Mọi phương trình đại số bậc n ($n \geq 1$) với hệ số phức đều có n nghiệm phức.

Định lí này hoàn thành quá trình mở rộng tập hợp số gắn với sự tồn tại nghiệm (xem phần phụ lục cuối Chương IV).

6. Nội dung của môn Đại số và Giải tích ở cấp THPT có mối liên hệ lôgic với nhau theo biểu đồ sau (Phần trong ngoặc ghi số chương và lớp, chẳng hạn (II/10) có nghĩa là ở Chương II lớp 10).


Tập hợp – Mệnh đề (I/10)
Số phức (IV/12)
Số thực
Phương trình. Hệ phương trình đại số (III/10)
Thống kê (V/10)
Hàm số bậc 1, bậc 2 (II/10)
Bất đẳng thức. Bất phương trình đại số (IV/10)
Tổ hợp – xác suất (II/11)
Hàm số lượng giác (VI/10, I/11)
TOÁN ỨNG DỤNG
Góc, cung lượng giác – phương trình, hệ phương trình lượng giác (VI/10, I/11)
Hàm số luỹ thừa. Hàm số mũ, hàm số lôgarit (II/12)
Dãy số. Giới hạn của dãy số và hàm số (III/11, IV/11)
Luỹ thừa, lôgarit, Phương trình, hệ phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit (II/12)
Đạo hàm và ứng dụng (V/11, I/12)
ĐẠI SỐ
Tích phân và ứng dụng (III/12)
GIẢI TÍCH

III – MỤC TIÊU CỦA CHƯƠNG TRÌNH

Học sinh cần :

1. Biết cách ứng dụng đạo hàm để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Hiểu các khái niệm, tính chất và cách tính nguyên hàm, tích phân. Biết vận dụng tốt để tính các tích phân đơn giản và những ứng dụng hình học của tích phân (tính diện tích hình phẳng, thể tích, ...).
3. Hiểu các phép tính luỹ thừa, phép tính lôgarit. Biết vận dụng thành thạo các tính chất, các phép toán để giải toán. Hiểu các khái niệm, tính chất cơ bản và đồ thị của hàm số mũ, hàm số lôgarit. Biết vận dụng các kiến thức về hàm số mũ, hàm số lôgarit để giải một số dạng phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit đơn giản.
4. Hiểu khái niệm số phức, các phép toán đại số về số phức. Biết ý nghĩa của định lí cơ bản của đại số.

IV – NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

Sau đây là những điểm cần lưu ý về yêu cầu, mức độ của một số vấn đề trong chương trình và Sách giáo khoa Giải tích 12.

➢ *Chương I*

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Ta đã biết (Chương V, Đại số và Giải tích 11) khái niệm đạo hàm xuất phát từ những bài toán Kĩ thuật, Vật lí, Hoá học, Sinh học, ... Ngược lại, sau khi được xây dựng khá hoàn chỉnh, lí thuyết về đạo hàm có những ứng dụng phong phú, đa dạng trong tất cả các ngành Khoa học tự nhiên, Kĩ thuật, Kinh tế, ... và cả những ngành khoa học tưởng như không liên quan nhiều đến Toán học như Xã hội học, Tâm lí học, ... Tuy nhiên, trong phạm vi chương trình Toán ở THPT, chúng ta chỉ giới hạn ở việc cung cấp ứng dụng của đạo hàm để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của một số hàm số.

Để vẽ đồ thị một hàm số, ta có thể xác định toạ độ một số điểm rồi nối lại. Để chính xác hoá, ta phải biết một số yếu tố quan trọng giúp ta tự tin khi vẽ những đường nối như sự tăng, giảm, lồi, lõm, cực đại, cực tiểu, ... (Xem bảng tổng kết các dạng đồ thị trong SGK). Đạo hàm là công cụ rất tốt giúp ta hiểu rõ những vấn đề đó.

Khi giảng dạy chương này, giáo viên nên lưu ý một số điểm sau :

1. Do sự hạn chế của chương trình, SGK Giải tích không thể trình bày đầy đủ chi tiết mọi kết quả liên quan đến ứng dụng đạo hàm trong khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số. Chẳng hạn, ta có điều kiện đủ sau đây.

"Nếu $f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$) trên khoảng $(a ; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên khoảng đó".

Khi học định lí này, tự nhiên xuất hiện câu hỏi là điều ngược lại có đúng không ? Nói cách khác, mệnh đề sau đúng hay không ?

"Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a ; b)$ thì $f'(x) > 0$ trên khoảng đó".

Định lí mở rộng sau đây giải đáp câu hỏi đó.

Định lí

Nếu trên khoảng $(a ; b)$, hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có hữu hạn nghiệm thì :

a) *$f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$;*

b) *$f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0$.*

2. Để chính xác hoá việc vẽ đồ thị trên một khoảng, ta cần xét tính lồi, lõm của một cung và điểm uốn. Tuy nhiên để giảm tải, chương trình không nêu các mục này, vì chỉ xét đồ thị của các hàm số đơn giản như hàm số bậc nhất, bậc hai, bậc ba, hàm bậc bốn trùng phương, hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất.

3. Có những trường hợp hàm số không có đạo hàm tại điểm x_0 nhưng vẫn đạt cực trị tại điểm đó. Tuy nhiên, đối với các hàm số được nêu trong chương trình Giải tích 12 (chuẩn) không xảy ra các trường hợp trên.

➢ *Chương II*

HÀM SỐ LUỸ THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

Việc trình bày thứ tự các bài trong Chương II có một vài thay đổi so với chương trình, cụ thể là :

– "Hàm số luỹ thừa" được trình bày ngay sau "Luỹ thừa".

– Sau "Lôgarit" là "Hàm số mũ, hàm số lôgarit".

– "Phương trình mũ và phương trình lôgarit" được trình bày thành mục riêng. Sau đó là "Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit".

➢ *Chương III*

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

1. Nguyên hàm

Nguyên hàm được định nghĩa như khái niệm ngược của khái niệm Đạo hàm.

Cho trước hàm số $F(x)$, $x \in (a\ ;\ b)$. Ta tìm đạo hàm của hàm số này trên khoảng $(a\ ;\ b)$

$$F'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x},\ x \in (a\ ;\ b).$$

Kí hiệu giới hạn trên là $f(x)$, ta có $F'(x) = f(x)$, $x \in (a\ ;\ b)$.

Bây giờ, ta đặt bài toán ngược lại : Cho trước hàm số $f(x)$, $x \in (a\ ;\ b)$. Hãy tìm hàm số $F(x)$ sao cho $F'(x) = f(x)$, $x \in (a\ ;\ b)$. Việc giải bài toán này dẫn đến khái niệm nguyên hàm.

Bảng đạo hàm, về phương diện nào đó, giúp ta tìm được nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp một cách nhanh chóng.

Điều cần lưu ý ở đây là một hàm số $f(x)$ nếu có nguyên hàm thì phải có vô số nguyên hàm, các nguyên hàm của $f(x)$ sai khác nhau một hằng số cộng.

2. Tích phân

Khái niệm tích phân được hình thành từ nhiều bài toán thực tế trong Hình học (tính diện tích, thể tích, ...), trong Vật lí (tính khối lượng của một thanh kim loại không đồng chất, tính công của một lực biến thiên, ...). Để giải quyết các bài toán thực tế trên, ta có một phương pháp chung là "chia nhỏ" và "lấy tổng". Do đó dẫn đến phép toán : Tìm tổng của một số vô cùng lớn các đại lượng vô cùng bé. Chẳng hạn, diện tích của hình thang cong bằng tổng của một số vô cùng lớn diện tích của những hình chữ nhật vô cùng nhỏ.

Tuy nhiên vì lí do sư phạm, chương trình chuẩn yêu cầu định nghĩa tích phân dựa trên khái niệm nguyên hàm.

Như đã biết, mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\ ;\ b]$ đều có nguyên hàm và nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a\ ;\ b]$ thì số $I = F(b) - F(a)$ là không đổi đối với mọi nguyên hàm của $f(x)$. Trên cơ sở đó, ta định nghĩa tích phân của hàm số liên tục $f(x)$ lấy trên đoạn $[a\ ;\ b]$ là hiệu số $F(b) - F(a)$ và kí hiệu tích phân là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Vậy $$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a).$$

Để tính tích phân, ta cần phải tìm nguyên hàm. Do đó, người học cần phải tính thành thạo nguyên hàm của hàm số liên tục trên một đoạn, nhất là nắm vững các tính chất, phương pháp tính tích phân.

3. Ứng dụng của tích phân trong hình học

Như đã nói ở trên, tích phân có nhiều ứng dụng trong thực tế. Chương trình Giải tích 12 (chuẩn) quy định chỉ xét ứng dụng hình học của tích phân. Nhờ tích phân, ta có thể tính được diện tích nhiều hình phẳng, thể tích nhiều vật thể, thấy lại công thức tính diện tích và thể tích trong hình học THPT. Để việc ứng dụng của tích phân đối với các bài toán hình học được thuận lợi, người học cần phải nắm vững đồ thị một số hàm số và cách thức thiết lập tích phân tương ứng. Đây là việc làm không dễ. Do đó, giáo viên cần hướng dẫn học sinh thật cụ thể về các bài toán thuộc loại này.

➢ *Chương IV*

SỐ PHỨC

Chương IV trình bày sự mở rộng từ tập hợp các số thực sang tập hợp các số phức theo mục tiêu để mọi phương trình đại số đều có nghiệm. Quá trình mở rộng các tập hợp số theo mục tiêu này đã hoàn thành với tập hợp số phức.

Khái niệm số phức được trình bày theo đúng lịch sử ra đời của nó : thừa nhận có các căn bậc hai của số âm, bằng cách đưa ra số $i = \sqrt{-1}$, ta được các số mới dạng $a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Quy định về sự bằng nhau của hai số phức cho thấy mỗi số phức hoàn toàn được xác định bởi một cặp số thực. Do đó, có một tương ứng một – một giữa tập hợp các số phức và tập hợp các điểm của mặt phẳng toạ độ. Sự biểu diễn các số phức trên mặt phẳng toạ độ làm cơ sở cho việc trình bày các khái niệm môđun, acgumen của số phức.

Học sinh được hướng dẫn để tự phát hiện ra các quy tắc cộng, trừ và nhân hai số phức. Đó là các quy tắc tính toán trên các đa thức dạng $a + bi$, coi i là biến, và chú ý rằng $i^2 = -1$. Cách trình bày như vậy vừa thể hiện phương pháp dạy học theo hướng đề cao tính tích cực, chủ động của học sinh, vừa giảm được tính hàn lâm và sự áp đặt đối với học sinh.

Phép chia các số phức được định nghĩa như là phép toán ngược của phép nhân : chia $c + di$ cho $a + bi$ khác 0 là tìm số phức z sao cho $c + di = (a + bi)z$. Quy tắc chia được nêu dưới dạng rất đơn giản : Để thực hiện phép chia $\frac{c + di}{a + bi}$, ta nhân cả tử và mẫu với liên hợp của $a + bi$.

Từ đẳng thức $i^2 = -1$, ta suy ra i là một căn bậc hai của -1.

Tổng quát, căn bậc hai của một số thực $a < 0$ là $\pm i\sqrt{|a|}$. Nhờ đó, ta xác định được nghiệm (phức) của phương trình bậc hai với hệ số thực, ngay cả trong trường hợp biệt số $\Delta < 0$. Như vậy, chương trình toán phổ thông đã trình bày trọn vẹn phép giải phương trình bậc hai với hệ số thực.