

Chương III

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

I – MỤC TIÊU

1. Đưa vào khái niệm nguyên hàm nhằm giải bài toán ngược của phép tính đạo hàm hay phép tính vi phân. Trên cơ sở đó, hình thành khái niệm tích phân không xác định (còn gọi là họ nguyên hàm).
2. Nêu định nghĩa tích phân (hay tích phân xác định) nhờ khái niệm nguyên hàm. Phát biểu và chứng minh các tính chất và nêu cách tính tích phân.
3. Trình bày những ứng dụng của tích phân trong hình học. Ở đây sẽ hoàn chỉnh các công thức tính diện tích, tính thể tích của những hình trong chương trình hình học ở THPT.

II – NỘI DUNG

1. Khái niệm nguyên hàm xuất hiện từ bài toán tìm lại hàm số nếu biết đạo hàm hoặc vi phân của nó trên một khoảng.

Nếu định nghĩa đạo hàm của một hàm số mang tính kiến thiết thì định nghĩa nguyên hàm lại có tính "hình thức". Khái niệm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K được định nghĩa như sau :

Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Hiển nhiên, có vô số hàm số dạng $G(x) = F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$ thoả mãn điều kiện của định nghĩa trên.

2. Khái niệm tích phân hay tích phân xác định của một hàm số trên một đoạn được định nghĩa thông qua nguyên hàm của nó trên đoạn đó.

Tích phân của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$ là một số xác định, được cho bởi

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a),$$

trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a ; b]$.

Định nghĩa trên không phụ thuộc vào việc lựa chọn nguyên hàm. Điều này được khẳng định bởi hoạt động \mathcal{A}_2 , §2.

3. Tích phân có ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khoa học. Ở đây, đặc biệt lưu ý ứng dụng hình học của tích phân. Nhờ tích phân, ta thấy lại công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích của hình khối của môn hình học giảng dạy trong chương trình THPT và hơn thế còn tính được diện tích và thể tích những hình khác nữa.

III – YÊU CẦU

1. Hiểu các định nghĩa nguyên hàm và tích phân.
2. Biết bảng nguyên hàm và sử dụng nó một cách linh hoạt vào các bài toán cụ thể.
3. Hiểu và vận dụng các tính chất, phương pháp tính nguyên hàm và tính tích phân.
4. Vận dụng các công thức tính diện tích, tính thể tích các hình (qua tính tích phân) để giải toán.