

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG I (*tham khảo*)

Đề 1 (45 phút)

Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - (m+2)x - 1$. (1)

Câu 1. (4 điểm)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = 1$.
- b) Viết phương trình đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng $y = \frac{x}{3}$ và tiếp xúc với đồ thị (C).

Câu 2. (3 điểm)

- Chứng minh rằng hàm số (1) luôn luôn có một cực đại, một cực tiểu.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

Câu 3. (3 điểm)

Biện luận theo k số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x = k$.

Đề 2 (45 phút)

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x - 1}$.

Câu 1. (4 điểm)

- Tìm a, b để đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0; -1)$ và tiếp tuyến của đồ thị tại A có hệ số góc bằng -3 .
- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số với a, b vừa tìm được.

Câu 2. (3 điểm)

Cho đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm $B(-2; 2)$. Tìm m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt M_1, M_2 .

Câu 3. (3 điểm)

- Các đường thẳng đi qua M_1 và M_2 song song với các trục toạ độ tạo thành một hình chữ nhật. Tính các cạnh của hình chữ nhật đó theo m .
- Với giá trị nào của m thì hình chữ nhật này trở thành hình vuông?

ĐÁP ÁN

Đề 1

Câu 1. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

- Tập xác định : \mathbb{R} .
- Chiều biến thiên : $y' = 3x^2 - 3$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	-3	\nearrow	$+\infty$

Đồ thị : (H.33).

b) Đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -3 (vì vuông góc với đường thẳng $y = \frac{x}{3}$). Ta

có $y'(x) = 3x^2 - 3 = -3 \Rightarrow x = 0$. Với $x = 0$ thì $y = -1$.

Phương trình đường thẳng (d) là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(0; -1)$:

$$y + 1 = -3x \Leftrightarrow y = -3x - 1.$$

Câu 2. a) Ta có $y' = 3x^2 + 2(m-1)x - (m+2)$.

$$\text{Vì } \Delta' = (m-1)^2 + 3(m+2) = m^2 - 2m + 1 + 3m + 6$$

$$= m^2 + m + 7 > 0, \quad \forall m \in \mathbb{R}$$

nên phương trình $y' = 0$ luôn luôn có hai nghiệm phân biệt. Do đó, hàm số (1) có một cực đại và một cực tiểu với mọi giá trị của m .

b) Đồ thị (C) có điểm cực đại là $A(-1; 1)$ và điểm cực tiểu là $B(1; -3)$.

Đường thẳng qua AB có phương trình là $\frac{y-1}{-3-1} = \frac{x+1}{1+1} \Leftrightarrow y = -2x - 1$.

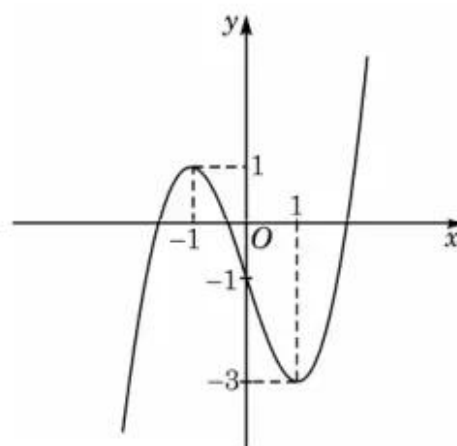
Câu 3. Số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x = k$ bằng số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x - 1 = k - 1$, tức là bằng số giao điểm của (C) và đường thẳng $y = k - 1$.

Nhờ đồ thị ta có :

Khi $k - 1 > 1$ hay $k > 2$: Phương trình có 1 nghiệm,

Khi $k - 1 = 1$ hay $k = 2$: Phương trình có 2 nghiệm,

Khi $-3 < k - 1 < 1$ hay $-2 < k < 2$: có 3 nghiệm,



Hình 33

Khi $k-1=-3$ hay $k=-2$: Phương trình có 2 nghiệm,

Khi $k-1<-3$ hay $k<-2$: Phương trình có 1 nghiệm.

Đề 2

Câu 1. a) Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ qua $A(0; -1)$ khi và chỉ khi

$$-1 = -b \Leftrightarrow b = 1.$$

Khi đó $y = \frac{ax+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-a-1}{(x-1)^2}$. Tiếp tuyến tại A có hệ số góc bằng -3 thì

$$y'(0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-a-1}{1} = -3 \Leftrightarrow a = 2.$$

Vậy hàm số phải tìm là $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chiều biến thiên :

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D.$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$.

Tiếp cận đứng : $x = 1$

vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ ($\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$).

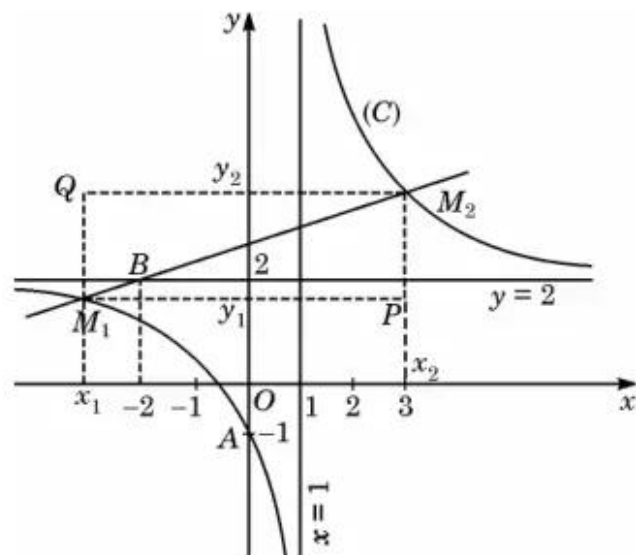
Tiếp cận ngang : $y = 2$

vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	$2 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 2$

Đồ thị (H.34).



Hình 34

Câu 2. Đường thẳng (d) đi qua $B(-2 ; 2)$ có phương trình là $y = m(x + 2) + 2$. Để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt M_1, M_2 thì phương trình sau phải có hai nghiệm phân biệt

$$m(x + 2) + 2 = \frac{2x + 1}{x - 1}$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + mx - 2m - 3 = 0 \text{ có hai nghiệm khác } 1.$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 + 4m(2m + 3) > 0 \text{ và } m \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0. \end{cases} \quad (*)$$

Câu 3. a) Giả sử $M_1(x_1 ; y_1)$ và $M_2(x_2 ; y_2)$, hai cạnh của hình chữ nhật M_1PM_2Q có độ dài là :

$$M_1P = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{9m^2 + 12m}}{|m|},$$

$$M_1Q = |y_2 - y_1| = |m(x_2 - x_1)| = \sqrt{9m^2 + 12m}.$$

b) Hình chữ nhật M_1PM_2Q trở thành hình vuông khi và chỉ khi $M_1P = M_1Q$

$$\Leftrightarrow |m| = 1 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (do } (*)).$$