ÔN TẬP CHƯƠNG II

I – KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Luỹ thừa với số mũ thực.

2. Hàm số luỹ thừa. Tập xác định, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị.

3. Lôgarit và các quy tắc tính lôgarit.

4. Hàm số mũ, hàm số lôgarit. Tập xác định, đạo hàm, chiều biến thiên, dạng đồ thị.

5. Phương trình mũ, phương trình lôgarit cơ bản và các phương trình có thể đưa về phương trình cơ bản.

6. Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit đơn giản.

II – KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Khảo sát các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit.

2. Tính lôgarit và biến đổi các biểu thức chứa lôgarit.

3. Giải các phương trình mũ, phương trình lôgarit cơ bản và các phương trình có thể đưa về phương trình cơ bản.

4. Giải một số bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit đơn giản.

III – BÀI TẬP

4. a) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; b) $(-\infty ; 1) \cup \left(\frac{3}{2} ; +\infty\right)$;

c) $(-\infty ; -3) \cup (4 ; +\infty)$; d) $[0 ; +\infty)$.

5. Đặt $t = 2^x + 2^{-x}$ với $t > 0$.

Ta có $t^2 = 4^x + 4^{-x} + 2 = 23 + 2 = 25$.

Vậy $t = 5$ hay $2^x + 2^{-x} = 5$

6. Áp dụng tính chất lôgarit của tích và thương, ta có

a) $\log_a x = 3\log_a a + 2\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c$

$= 3 + 2.3 + \frac{1}{2}(-2) = 8.$

b) $\log_a x = 4\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b - 3\log_a c$

$= 4 + \frac{1}{3}.3 - 3.(-2) = 11.$

7. a) $3^{x+4} + 3.5^{x+3} = 5^{x+4} + 3^{x+3}$

$\Leftrightarrow 81.3^x - 27.3^x = 625.5^x - 375.5^x$

$\Leftrightarrow 54.3^x = 250.5^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^3.$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -3$.

b) Đặt $t = 5^x$ $(t > 0)$, ta có phương trình $t^2 - 6t + 5 = 0$.

Do đó, phương trình có hai nghiệm là $t = 1$ và $t = 5$.

Vậy $x = 0$ và $x = 1$ là hai nghiệm cần tìm.

c) Chia hai vế của phương trình cho $16^x (16^x > 0)$ và đặt $t = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ (với $t > 0$), ta được $4t^2 + t - 3 = 0$.

Phương trình này chỉ có một nghiệm dương $t = \frac{3}{4}$.

Vậy $x = 1$ là nghiệm cần tìm.

d) Với điều kiện $x > 1$, ta có $\log_7 x > 0$ nên phương trình đã cho trở thành $\log_7(x - 1) = 1$.

Vậy $x = 8$ là nghiệm cần tìm.

e) Đưa về cùng một cơ số, ta được

$$\log_3 x + \log_{3^{\frac{1}{2}}} x + \log_{3^{-1}} x = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + 2\log_3 x - \log_3 x = 6 \text{ hay } \log_3 x = 3.$$

Vậy $x = 27$ là nghiệm cần tìm.

g) Điều kiện chung của phương trình là $x > 1$. Khi đó, ta có $\frac{x+8}{x-1} = x$.

Từ đó $x^2 - 2x - 8 = 0$.

Phương trình có một nghiệm $x = 4$ thoả mãn điều kiện $x > 1$.

8. a) $\frac{1}{2}.2^{2x} + \frac{1}{4}.2^{2x} + \frac{1}{8}.2^{2x} \geq 448 \Leftrightarrow \frac{7}{8}.2^{2x} \geq 448$

$\Leftrightarrow \; 2^{2x} \geq 512 = 2^9 \Leftrightarrow 2x \geq 9$.

Vậy $x \geq \frac{9}{2}$ là nghiệm cần tìm.

b) Để ý rằng $0,4 = \frac{2}{5}$ và $2,5 = \frac{5}{2}$.

Đặt $t = \left(\frac{2}{5}\right)^x$ với $t > 0$, ta được $t - \frac{5}{2}.\frac{1}{t} > 1,5$

hay $\qquad 2t^2 - 3t - 5 > 0 \; (t > 0)$.

Nghiệm của bất phương trình này là $t > \frac{5}{2}$.

Vậy $x < -1$ là nghiệm cần tìm.

c) $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < \log_3 3 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < 3$

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} 1 < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} \Leftrightarrow 1 > x^2 - 1 > \frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow 2 > x^2 > \frac{9}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{2\sqrt{2}} < |x| < \sqrt{2}$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là

$$\frac{3}{2\sqrt{2}} < x < \sqrt{2} \;\text{ hoặc }\; -\sqrt{2} < x < -\frac{3}{2\sqrt{2}}.$$

d) Đặt $t = \log_{0,2} x$ với $x > 0$, ta có bất phương trình $t^2 - 5t + 6 < 0$

$\Leftrightarrow 2 < t < 3$. Do đó

$$\log_{0,2}(0,2)^2 < \log_{0,2} x < \log_{0,2}(0,2)^3.$$

Vì cơ số 0,2 nhỏ hơn 1 nên $(0,2)^3 < x < (0,2)^2$ hay $0,008 < x < 0,04$.

Đáp án bài tập trắc nghiệm

1. (B). Tập xác định là $(1\ ;\ 2)$.

2. (C). Khẳng định sai là : $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$.

3. (B). Khẳng định đúng là $f'(2) = 0$.

(Để ý rằng 5 và -1 không thuộc tập xác định nên (C) và (D) là các khẳng định sai).

4. (C). Khẳng định đúng là : $2 < x < 3$.

5. (B). **6.**(C). **7.** (B).