§3. Bảng lượng giác

Dùng bảng lượng giác ta có thể nhanh chóng tìm được giá trị các tỉ số lượng giác của một góc nhọn cho trước và ngược lại, tìm được số đo của một góc nhọn khi biết giá trị tỉ số lượng giác của góc đó.

Trong bài này, ta giới thiệu cấu tạo và cách dùng bảng lượng giác của V.M. Bra-đi-xơ.

1. Cấu tạo của bảng lượng giác

Bảng lượng giác bao gồm bảng VIII, bảng IX và bảng X của cuốn "Bảng số với 4 chữ số thập phân", Nhà xuất bản Giáo dục, tác giả V.M. Bra-đi-xơ.

Người ta lập bảng dựa trên tính chất sau đây của các tỉ số lượng giác :

Nếu hai góc nhọn α *và* β *phụ nhau* ($\alpha + \beta = 90^\circ$) *thì* $\sin\alpha = \cos\beta$, $\cos\alpha = \sin\beta$, $\text{tg}\,\alpha = \text{cotg}\,\beta$, $\text{cotg}\,\alpha = \text{tg}\,\beta$.

• Bảng VIII dùng để tìm giá trị sin và côsin của các góc nhọn đồng thời cũng dùng để tìm góc nhọn khi biết sin hoặc côsin của nó. Bảng VIII có cấu tạo như sau : Bảng được chia thành 16 cột và các hàng, trong đó :

Cột 1 và cột 13 ghi các số nguyên độ. Kể từ trên xuống dưới, cột 1 ghi số độ tăng dần từ 0° đến 90°, cột 13 ghi số độ giảm dần từ 90° đến 0°.

Từ cột 2 đến cột 12, hàng 1 và hàng cuối ghi các số phút là bội của 6 từ 0' đến 60' (kể từ trái sang phải, hàng 1 ghi theo chiều tăng, hàng cuối ghi theo chiều giảm) ; các hàng giữa ghi giá trị sin, côsin của các góc tương ứng.

Ba cột cuối ghi các giá trị dùng để hiệu chính đối với các góc sai khác 1', 2', 3'.

• Bảng IX dùng để tìm giá trị tang của các góc từ 0° đến 76° và côtang của các góc từ 14° đến 90° và ngược lại, dùng để tìm góc nhọn khi biết tang hoặc côtang của nó. Bảng IX có cấu tạo tương tự như bảng VIII.

• Bảng X dùng để tìm giá trị tang của các góc từ 76° đến $89^\circ 59'$ và côtang của các góc từ 1' đến 14° và ngược lại, dùng để tìm góc nhọn khi biết tang hoặc côtang của nó. Bảng X không có phần hiệu chính.

Nhận xét. Quan sát các bảng nói trên ta thấy : Khi góc α tăng từ 0° đến 90° ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) thì $\sin\alpha$ và $\text{tg}\,\alpha$ tăng còn $\cos\alpha$ và $\text{cotg}\,\alpha$ giảm.

Nhận xét này là cơ sở cho việc sử dụng phần hiệu chính của Bảng VIII và Bảng IX.

2. Cách dùng bảng

a) Tìm tỉ số lượng giác của một góc nhọn cho trước

Khi tìm tỉ số lượng giác của một góc nhọn bằng bảng VIII và bảng IX, ta thực hiện theo các bước sau :

Bước 1. Tra số độ ở cột 1 đối với sin và tang (cột 13 đối với côsin và côtang).

Bước 2. Tra số phút ở hàng 1 đối với sin và tang (hàng cuối đối với côsin và côtang).

Bước 3. Lấy giá trị tại giao của hàng ghi số độ và cột ghi số phút.

Trong trường hợp số phút không là bội của 6 thì lấy cột phút gần nhất với số phút phải xét, số phút chênh lệch còn lại xem ở phần hiệu chính.

Ví dụ 1. Tìm $\sin 46^{o}12'$.

Tra Bảng VIII : Số độ tra ở cột 1, số phút tra ở hàng 1. Lấy giá trị tại giao của hàng ghi 46^{o} và cột ghi 12' làm phần thập phân (mẫu 1). Vậy $\sin 46^{o}12' \approx 0{,}7218$.

SIN

A	...	**12'**	...
46^{o}		7218	

Mẫu 1

Ví dụ 2. Tìm $\cos 33^{o}14'$.

Tra Bảng VIII : Số độ tra ở cột 13, số phút tra ở hàng cuối. Tại giao của hàng ghi 33^{o} và cột ghi số phút gần nhất với 14' - đó là cột ghi 12', ta thấy 8368. Vậy $\cos 33^{o}12' \approx 0{,}8368$. (mẫu 2).

	8368		**33^{o}**		*3*	
...	**12'**	...	***A***	**1'**	**2'**	**3'**

CÔSIN

Mẫu 2

Ta có

$\cos 33^{o}14' = \cos(33^{o}12' + 2')$.

Theo nhận xét ở phần 1, $\cos 33^{o}14' < \cos 33^{o}12'$, nên giá trị của $\cos 33^{o}14'$ được suy ra từ giá trị $\cos 33^{o}12'$ bằng cách trừ đi phần hiệu chính tương ứng (đối với sin thì cộng thêm). Tại giao của hàng ghi 33^{o} và cột ghi 2' (ở phần hiệu chính), ta thấy số 3. Ta dùng số 3 này để hiệu chính chữ số cuối ở số 0,8368 như sau :

$$\cos 33^{o}14' \approx 0{,}8368 - 0{,}0003 = 0{,}8365.$$

Ví dụ 3. Tìm $\text{tg}\, 52^{o}18'$.

Tra bảng IX : Số độ tra ở cột 1, số phút tra ở hàng 1. Lấy giá trị tại giao của hàng

TANG

A	**0'**	...	**18'**	...
50^{o}	1,1918			
51^{o}				
52^{o}			2938	
53^{o}				
54^{o}				

Mẫu 3

ghi 52^o và cột ghi 18' làm phần thập phân. Phần nguyên được lấy theo phần nguyên của giá trị gần nhất đã cho trong bảng (mẫu 3). Vậy

$$\text{tg}\,52^o18' \approx 1{,}2938.$$

?1 *Sử dụng bảng, tìm* $\text{cotg}\,47^o24'$.

Ví dụ 4. Tìm $\text{cotg}\,8^o32'$.

Sử dụng bảng X, cột cuối, hàng cuối. Lấy giá trị tại giao của hàng ghi $8^o30'$ với cột ghi 2' (mẫu 4). Vậy

$$\text{cotg}\,8^o32' \approx 6{,}665.$$

	6,665 ◄------		$8^o30'$
↑	↑		↑
.....	**2'**	....	***A***

CÔTANG

Mẫu 4

?2 *Sử dụng bảng, tìm* $\text{tg}\,82^o13'$.

➢ ***Chú ý***

1) Khi sử dụng Bảng VIII hay Bảng IX, đối với những góc có số phút khác bội của 6, ta dùng phần hiệu chính theo nguyên tắc :

– Đối với sin và tang, góc lớn hơn (hoặc nhỏ hơn) thì cộng thêm (hoặc trừ đi) phần hiệu chính tương ứng.

– Đối với côsin và côtang thì ngược lại, góc lớn hơn (hoặc nhỏ hơn) thì trừ đi (hoặc cộng thêm) phần hiệu chính tương ứng (xem ví dụ 2).

2) Có thể chuyển từ việc tìm $\cos\alpha$ *sang tìm* $\sin(90^o - \alpha)$ *và tìm* $\text{cotg}\,\alpha$ *sang tìm* $\text{tg}\,(90^o - \alpha)$.

b) Tìm số đo của góc nhọn khi biết một tỉ số lượng giác của góc đó

Ví dụ 5. Tìm góc nhọn α (làm tròn đến phút), biết $\sin\alpha = 0{,}7837$.

Tra Bảng VIII : Tìm số 7837 ở trong bảng, dóng sang cột 1 và hàng 1, ta thấy 7837 nằm ở giao của hàng ghi 51^o và cột ghi 36' (mẫu 5). Vậy $\alpha \approx 51^o36'$.

SIN

A	...	**36'**	...
↑		↑	
51^o	◄-----	7837	

Mẫu 5

?3 *Sử dụng bảng tìm góc nhọn* α, *biết* $\cot g\,\alpha = 3{,}006$.

➢ ***Chú ý.*** *Khi biết tỉ số lượng giác của một góc nhọn, nói chung, ta tìm được góc nhọn sai khác không đến* 6'. *Tuy nhiên, thông thường trong tính toán ta làm tròn đến độ.*

Ví dụ 6. Tìm góc nhọn α (làm tròn đến độ), biết $\sin\alpha = 0{,}4470$.

Tra bảng VIII, ta không tìm thấy số 4470 ở trong bảng. Tuy nhiên, ta tìm thấy hai số gần với 4470 nhất, đó là 4462 và 4478 (mẫu 6). Ta có

$0{,}4462 < 0{,}4470 < 0{,}4478$ hay

$\sin 26^o30' < \sin\alpha < \sin 26^o36'$.

Theo nhận xét ở mục 1 thì $26^o30' < \alpha < 26^o36'$. Từ đó suy ra $\alpha \approx 27^o$.

SIN

A	...	30'	36'	...
. . .		↑	↑	
26^o	◄-----	4462	4478	
. . .				

Mẫu 6

?4 *Tìm góc nhọn* α *(làm tròn đến độ), biết* $\cos\alpha = 0{,}5547$.

Bài đọc thêm

TÌM TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ GÓC BẰNG MÁY TÍNH BỎ TÚI CASIO *fx-220*

Ngoài chức năng thực hiện bốn phép toán cộng, trừ, nhân, chia với số thập phân, máy tính CASIO *fx-220* (h. 24) còn có nhiều chức năng khác, trong đó có chức năng tính các tỉ số lượng giác của góc nhọn và tính số đo của góc nhọn khi biết một tỉ số lượng giác của nó.

Trong chương trình THCS, ta chỉ học số đo góc là độ, phút, giây nên sau khi bật máy (nhấn phím [AC] hay [ON]) ta chọn kiểu độ (Mode degree) bằng cách nhấn liên tiếp hai phím [MODE] [4]. Khi đó, ở phía trên của màn hình xuất hiện chữ DEG.

Hình 24

Khi tính toán, ta thường lấy kết quả với 4 chữ số thập phân nên ta nhấn liên tiếp ba phím [MODE] [7] [4]. Khi đó, ở phía trên của màn hình xuất hiện chữ FIX.

Trong các ví dụ sau đây, chỉ khi trên màn hình xuất hiện chữ DEG và chữ FIX, ta mới bắt đầu tính toán.

Để nhập độ, phút, giây, ta dùng phím [°'''].

Để hiển thị độ, phút, giây, ta dùng hai phím [SHIFT], [←].

Ví dụ 1. Để hiển thị $14^{o}21'$, ta nhấn lần lượt các phím

[1] [4] [°'''] [2] [1] [°'''] [SHIFT] [←].

Khi đó trên màn hình sẽ hiện ra 14 21 0. Đó là kí hiệu của $14^{o}21'$. Khi chỉ cần nạp vào máy mà không cần hiển thị, ta bỏ đi hai phím cuối cùng.

a) Tìm tỉ số lượng giác của một góc nhọn cho trước

Ta sử dụng các phím [sin], [cos], [tan].

Ví dụ 2. Tìm $\cos 25^{o}13'$.

Nhấn lần lượt các phím

[2] [5] [°'''] [1] [3] [°'''] [cos]

Khi đó trên màn hình hiện số 0.9047, nghĩa là $\cos 25^{o}13' \approx 0{,}9047$.

Ví dụ 3. Tính $\text{cotg}\, 56^{o}25'$.

Ta đã biết $\text{cotg}\, 56^{o}25' = \dfrac{1}{\text{tg}\, 56^{o}25'}$, nên để tìm $\text{cotg}\, 56^{o}25'$ ta lần lượt nhấn các phím

[5] [6] [°'''] [2] [5] [°'''] [tan] [SHIFT] [1 / x]

Khi đó trên màn hình hiện số 0.6640, nghĩa là $\text{cotg}\, 56^{o}25' \approx 0{,}6640$.

b) Tìm số đo của góc nhọn khi biết tỉ số lượng giác của góc đó

Nhấn liên tiếp các phím

[SHIFT] [$\sin^{-1}$] để tìm α khi biết $\sin\alpha$;

[SHIFT] [$\cos^{-1}$] để tìm α khi biết $\cos\alpha$;

[SHIFT] [$\tan^{-1}$] để tìm α khi biết $\text{tg}\,\alpha$.

Ví dụ 4. Tìm góc nhọn x, biết $\sin x = 0{,}2836$.

Nhấn lần lượt các phím

[0] [.] [2] [8] [3] [6] [SHIFT] [$\sin^{-1}$] [SHIFT] [←].

Khi đó trên màn hình xuất hiện $16^{\square}28^{\square}30.66$ nghĩa là $16^{o}28'30{,}66''$.

Làm tròn đến phút, ta lấy $x \approx 16^{o}29'$.

Làm tròn đến độ, ta lấy $x \approx 16^{o}$.

➢ ***Chú ý***

1) Nếu phải tìm góc nhọn x *khi biết* $\operatorname{cotg} x$, *ta có thể chuyển thành bài toán tìm góc nhọn* x *khi biết* $\operatorname{tg} x$ *vì* $\operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotg} x}$.

Ví dụ 5. Tìm góc nhọn x (làm tròn đến phút), biết rằng $\operatorname{cotg} x = 2{,}675$.

Nhấn lần lượt các phím

[2] [.] [6] [7] [5] [SHIFT] [1 / x] [SHIFT] [$\tan^{-1}$] [SHIFT] [←].

Khi đó trên màn hình xuất hiện $20^{\square}29^{\square}50.43$ nghĩa là $20^{o}29'50{,}43''$.

Làm tròn đến phút, ta lấy $x \approx 20^{o}30'$.

2) Sau khi tìm xong một tỉ số lượng giác hoặc một góc, ta nhấn phím [AC] *để chuyển sang phép tính khác.*

3) Nếu không phải tính toán nữa, ta nhấn phím [OFF] *để tắt máy.*

4) Ta có thể dùng các máy tính khác có các chức năng tương tự như máy CASIO *fx-220, chẳng hạn máy tính* SHARP *EL-500M,...*

Bài tập

18. Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm các tỉ số lượng giác sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư) :

a) $\sin 40^{o}12'$; b) $\cos 52^{o}54'$;

c) $\operatorname{tg} 63^{o}36'$; d) $\operatorname{cotg} 25^{o}18'$.

19. Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm số đo của góc nhọn x (làm tròn đến phút), biết rằng :

a) $\sin x = 0{,}2368$; b) $\cos x = 0{,}6224$;

c) $\text{tg}\, x = 2{,}154$; d) $\text{cotg}\, x = 3{,}251$.

Luyện tập

20. Dùng bảng lượng giác (có sử dụng phần hiệu chính) hoặc máy tính bỏ túi, hãy tìm các tỉ số lượng giác sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư) :

a) $\sin 70^\circ 13'$; b) $\cos 25^\circ 32'$; c) $\text{tg}\, 43^\circ 10'$; d) $\text{cotg}\, 32^\circ 15'$.

21. Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm góc nhọn x (làm tròn kết quả đến độ), biết rằng :

a) $\sin x = 0{,}3495$; b) $\cos x = 0{,}5427$; c) $\text{tg}\, x = 1{,}5142$; d) $\text{cotg}\, x = 3{,}163$.

22. So sánh

a) $\sin 20^\circ$ và $\sin 70^\circ$; b) $\cos 25^\circ$ và $\cos 63^\circ 15'$;

c) $\text{tg}\, 73^\circ 20'$ và $\text{tg}\, 45^\circ$; d) $\text{cotg}\, 2^\circ$ và $\text{cotg}\, 37^\circ 40'$.

23. Tính

a) $\dfrac{\sin 25^\circ}{\cos 65^\circ}$; b) $\text{tg}\, 58^\circ - \text{cotg}\, 32^\circ$.

24. Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần :

a) $\sin 78^\circ$, $\cos 14^\circ$, $\sin 47^\circ$, $\cos 87^\circ$;

b) $\text{tg}\, 73^\circ$, $\text{cotg}\, 25^\circ$, $\text{tg}\, 62^\circ$, $\text{cotg}\, 38^\circ$.

25. So sánh

a) $\text{tg}\, 25^\circ$ và $\sin 25^\circ$; b) $\text{cotg}\, 32^\circ$ và $\cos 32^\circ$;

c) $\text{tg}\, 45^\circ$ và $\cos 45^\circ$; d) $\text{cotg}\, 60^\circ$ và $\sin 30^\circ$.