

§9. Căn bậc ba

Có gì khác căn bậc hai không ?

1. Khái niệm căn bậc ba

Bài toán : Một người thợ cần làm một thùng hình lập phương chứa được đúng 64 lít nước.

Hỏi người thợ đó phải chọn độ dài cạnh của thùng là bao nhiêu đêximét ?

Giải

Gọi x (dm) là độ dài cạnh của thùng hình lập phương. Theo bài ra ta có $x^3 = 64$. Ta thấy $x = 4$ vì $4^3 = 64$. Vậy độ dài cạnh của thùng là 4dm.

Từ $4^3 = 64$, người ta gọi 4 là căn bậc ba của 64.

ĐỊNH NGHĨA

Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$.



Ví dụ 1. 2 là căn bậc ba của 8, vì $2^3 = 8$.

-5 là căn bậc ba của -125, vì $(-5)^3 = -125$.

Ta công nhận kết quả sau :

Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba.

Căn bậc ba của số a được kí hiệu là $\sqrt[3]{a}$. Số 3 gọi là chỉ số của căn. Phép tìm căn bậc ba của một số gọi là phép khai căn bậc ba.

➤ **Chú ý.** Từ định nghĩa căn bậc ba, ta có $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$.

?1 Tìm căn bậc ba của mỗi số sau :

a) 27 ; b) - 64 ; c) 0 ; d) $\frac{1}{125}$.

Giải mẫu. $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$.

Nhận xét

Căn bậc ba của số dương là số dương ;

Căn bậc ba của số âm là số âm ;

Căn bậc ba của số 0 là chính số 0.

2. Tính chất

Tương tự tính chất của căn bậc hai, ta có các tính chất sau của căn bậc ba :

a) $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$.

b) $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$.

c) Với $b \neq 0$, ta có $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$.

Dựa vào các tính chất trên, ta có thể so sánh, tính toán, biến đổi các biểu thức chứa căn bậc ba.

Ví dụ 2. So sánh 2 và $\sqrt[3]{7}$.

Giải. Ta có $2 = \sqrt[3]{8}$; $8 > 7$ nên $\sqrt[3]{8} > \sqrt[3]{7}$. Vậy $2 > \sqrt[3]{7}$.

Ví dụ 3. Rút gọn $\sqrt[3]{8a^3} - 5a$.

Giải. Ta có $\sqrt[3]{8a^3} - 5a = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{a^3} - 5a = 2a - 5a = -3a$.

72 Tính $\sqrt[3]{1728} : \sqrt[3]{64}$ theo hai cách.

Bài tập

67. Hãy tìm

$$\sqrt[3]{512} ; \quad \sqrt[3]{-729} ; \quad \sqrt[3]{0,064} ; \quad \sqrt[3]{-0,216} ; \quad \sqrt[3]{-0,008}.$$

68. Tính

$$\text{a) } \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{125} ; \quad \text{b) } \frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}.$$

69. So sánh

$$\text{a) } 5 \text{ và } \sqrt[3]{123} ; \quad \text{b) } 5\sqrt[3]{6} \text{ và } 6\sqrt[3]{5}.$$



Đài đọc thêm

TÌM CĂN BẬC BA NHỜ BẢNG SỐ VÀ MÁY TÍNH BỎ TÚI

1. Tìm căn bậc ba nhờ bảng số

Trong "Bảng số với 4 chữ số thập phân" của V.M. Bra-đi-xơ không có bảng tính sẵn căn bậc ba, nhưng ta có thể dùng bảng lập phương (bảng V) để tìm căn bậc ba của một số cho trước.

a) Giới thiệu bảng lập phương

Bảng lập phương được chia thành các hàng và các cột. Ta cũng quy ước gọi tên của các hàng (cột) theo số được ghi ở cột đầu tiên (hàng đầu tiên) của mỗi trang.

Dùng bảng lập phương ta có thể tìm được lập phương của số từ 1,000 đến 10,00. Với những số được viết bởi không quá ba chữ số, lập phương của nó được tìm trực tiếp từ bảng. Với những số được viết bởi bốn chữ số, ta phải dùng thêm các số ở cột hiệu chính.

b) Cách dùng bảng lập phương tìm căn bậc ba

Ví dụ 1. Tìm $\sqrt[3]{344,5}$.

Ta tìm số 344,5 ở trong bảng. Số 344,5 nằm ở giao của hàng **7,0** và cột **1**, có nghĩa $(7,01)^3 \approx 344,5$.

Vậy $\sqrt[3]{344,5} \approx 7,01$ (mẫu 3).

N	0	1	...
.			
.			
.			
7,0	←-----	344,5	
.			
.			
.			

Mẫu 3

Ví dụ 2. Tìm $\sqrt[3]{103}$.

Do không tìm thấy số 103 ở trong bảng, ta chọn số gần nhất với nó.

Đó là số 103,16 nằm ở giao của hàng **4,6** và cột **9** nên $(4,69)^3 \approx 103,16$. Do đó $\sqrt[3]{103,16} \approx 4,69$. Trên hàng **4,6** ta tìm trong các cột hiệu chính số nào gần với số 16 nhất, ta thấy số 13 (hoặc số 19), nằm ở cột **2** (hoặc cột **3**) hiệu chính. Ta hiệu

N	...	9	1	2	3	...
.						
.						
.						
4,6	←-----	103,16	-----→	13	19	
.						
.						
.						

Mẫu 4

chính $\sqrt[3]{103,16}$ để xác định $\sqrt[3]{103}$ như sau :

$$4,69 - 0,002 = 4,688 \text{ (hoặc } 4,69 - 0,003 = 4,687).$$

Vậy $\sqrt[3]{103} \approx 4,688$ (hoặc $\sqrt[3]{103} \approx 4,687$) (mẫu 4).

Ví dụ 3. Tìm $\sqrt[3]{0,103}$.

Ta biết $0,103 = 103 : 1000$.

Do đó $\sqrt[3]{0,103} = \sqrt[3]{103} : \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{103} : 10$.

Tra bảng tìm $\sqrt[3]{103} \approx 4,688$. Vậy $\sqrt[3]{0,103} \approx 4,688 \times 0,1 = 0,4688$.

➤ **Chú ý.** Bảng lập phương có nêu hướng dẫn "Khi dời dấu phẩy trong số N đi 1 chữ số thì phải dời dấu phẩy trong số N^3 đi 3 chữ số" nên khi tìm căn bậc ba, ta thực hành như sau :

Khi dời dấu phẩy trong số N đi 3, 6, 9,... chữ số, ta dời dấu phẩy theo cùng chiều ở số $\sqrt[3]{N}$ đi 1, 2, 3,... chữ số (ví dụ 3 minh họa trường hợp dời dấu phẩy ở số 103 sang trái 3 chữ số nên phải dời dấu phẩy ở số 4,688 sang trái 1 chữ số).

2. Tìm căn bậc ba bằng máy tính bỏ túi

Có thể dùng máy tính bỏ túi có nút bấm $\sqrt[3]{}$ để tìm căn bậc ba như sau.

Ví dụ 4. (Trên máy CASIO fx-220).

Tính	Nút bấm	Kết quả
$\sqrt[3]{1728}$	[1] [7] [2] [8] [SHIFT] [$\sqrt[3]{}$]	12
$\sqrt[3]{11390,625}$	[1] [1] [3] [9] [0] [.] [6] [2] [5] [SHIFT] [$\sqrt[3]{}$]	22,5
$\sqrt[3]{-12,167}$	[1] [2] [.] [1] [6] [7] [\pm/\mp] [SHIFT] [$\sqrt[3]{}$]	-2,3

Ví dụ 5. (Trên máy SHARP EL-500M)

Tính	Nút bấm	Kết quả
$\sqrt[3]{1728}$	[3] [2ndF] [$\sqrt[3]{}$] [1] [7] [2] [8] [=]	12
$\sqrt[3]{11390,625}$	[3] [2ndF] [$\sqrt[3]{}$] [1] [1] [3] [9] [0] [.] [6] [2] [5] [=]	22,5
$\sqrt[3]{-12,167}$	[3] [2ndF] [$\sqrt[3]{}$] [(-)] [1] [2] [.] [1] [6] [7] [=]	-2,3