

§1. Căn bậc hai

Phép toán ngược của phép bình phương là phép toán nào ?

1. Căn bậc hai số học

Ở lớp 7, ta đã biết :

- Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.
- Số dương a có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau : Số dương kí hiệu là \sqrt{a} và số âm kí hiệu là $-\sqrt{a}$.
- Số 0 có đúng một căn bậc hai là chính số 0, ta viết $\sqrt{0} = 0$.

?1 Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau :

- a) 9 ; b) $\frac{4}{9}$; c) 0,25 ; d) 2.

ĐỊNH NGHĨA

Với số dương a , số \sqrt{a} được gọi là **căn bậc hai số học** của a .
Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0.

Ví dụ 1. Căn bậc hai số học của 16 là $\sqrt{16}$ ($= 4$).

Căn bậc hai số học của 5 là $\sqrt{5}$.

➤ **Chú ý.** Với $a \geq 0$, ta có :

Nếu $x = \sqrt{a}$ thì $x \geq 0$ và $x^2 = a$;

Nếu $x \geq 0$ và $x^2 = a$ thì $x = \sqrt{a}$.

Ta viết

$$x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 = a. \end{cases}$$

?2 Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau :

a) 49 ; b) 64 ; c) 81 ; d) 1,21.

Giải mẫu

$$\sqrt{49} = 7, \text{ vì } 7 \geq 0 \text{ và } 7^2 = 49.$$

Phép toán tìm căn bậc hai số học của số không âm gọi là *phép khai phương* (gọi tắt là khai phương). Để khai phương một số, người ta có thể dùng máy tính bỏ túi hoặc dùng bảng số (xem §5).

Khi biết căn bậc hai số học của một số, ta dễ dàng xác định được các căn bậc hai của nó. Chẳng hạn, căn bậc hai số học của 49 là 7 nên 49 có hai căn bậc hai là 7 và -7 .

?3 Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau :

a) 64 ; b) 81 ; c) 1,21.

2. So sánh các căn bậc hai số học

Ta đã biết :

Với hai số a và b không âm, nếu $a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Ta có thể chứng minh được :

Với hai số a và b không âm, nếu $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ thì $a < b$.

Như vậy ta có định lí sau đây.

ĐỊNH LÍ

Với hai số a và b không âm, ta có
 $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Ví dụ 2. So sánh

a) 1 và $\sqrt{2}$;

b) 2 và $\sqrt{5}$.

Giải

a) $1 < 2$ nên $\sqrt{1} < \sqrt{2}$. Vậy $1 < \sqrt{2}$.

b) $4 < 5$ nên $\sqrt{4} < \sqrt{5}$. Vậy $2 < \sqrt{5}$.

74 So sánh

a) 4 và $\sqrt{15}$;

b) $\sqrt{11}$ và 3.

Ví dụ 3. Tìm số x không âm, biết :

a) $\sqrt{x} > 2$;

b) $\sqrt{x} < 1$.

Giải

a) $2 = \sqrt{4}$, nên $\sqrt{x} > 2$ có nghĩa là $\sqrt{x} > \sqrt{4}$.

Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt{x} > \sqrt{4} \Leftrightarrow x > 4$. Vậy $x > 4$.

b) $1 = \sqrt{1}$, nên $\sqrt{x} < 1$ có nghĩa là $\sqrt{x} < \sqrt{1}$.

Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt{x} < \sqrt{1} \Leftrightarrow x < 1$. Vậy $0 \leq x < 1$.

75 Tìm số x không âm, biết :

a) $\sqrt{x} > 1$;

b) $\sqrt{x} < 3$.

Bài tập

1. Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai của chúng :
121 ; 144 ; 169 ; 225 ; 256 ; 324 ; 361 ; 400.
2. So sánh
a) 2 và $\sqrt{3}$; b) 6 và $\sqrt{41}$; c) 7 và $\sqrt{47}$.
3. Dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị gần đúng của nghiệm mỗi phương trình sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) :
a) $x^2 = 2$; b) $x^2 = 3$;
c) $x^2 = 3,5$; d) $x^2 = 4,12$.

Hướng dẫn. Nghiệm của phương trình $x^2 = a$ (với $a \geq 0$) là các căn bậc hai của a.

4. Tìm số x không âm, biết :

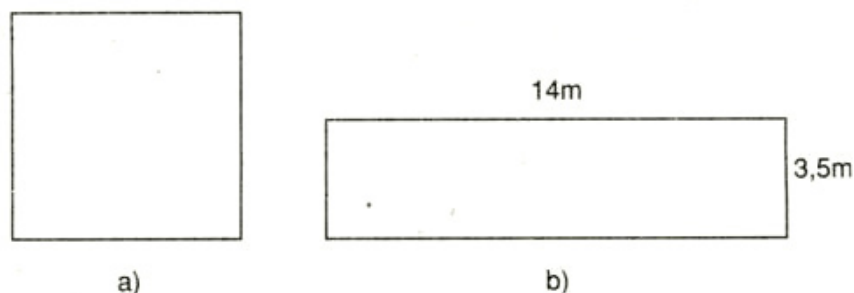
a) $\sqrt{x} = 15$;

b) $2\sqrt{x} = 14$;

c) $\sqrt{x} < \sqrt{2}$;

d) $\sqrt{2x} < 4$.

5. **Đố.** Tính cạnh một hình vuông, biết diện tích của nó bằng diện tích của hình chữ nhật có chiều rộng 3,5m và chiều dài 14m (h.1).



Hình 1



Có thể em chưa biết

Từ thời xa xưa, người ta đã thấy giữa Hình học và Đại số có mối liên quan mật thiết. Khái niệm căn bậc hai cũng có phần xuất phát từ Hình học. Khi biết độ dài cạnh hình vuông, ta tính được diện tích hình đó bằng cách bình phương (hay nâng lên lũy thừa bậc hai) độ dài cạnh. Ngược lại, nếu biết diện tích hình vuông, ta tìm được độ dài cạnh của nó nhờ khai phương số đo diện tích. Người ta coi phép lấy căn bậc hai số học là phép toán ngược của phép bình phương và coi việc tìm căn một số là tìm "cái gốc, cái nguồn". Điều này hiện còn thấy trong ngôn ngữ một số nước. Chẳng hạn, ở tiếng Anh, từ *square* có nghĩa là *hình vuông* và cũng có nghĩa là *bình phương*, từ *root* có nghĩa là *rễ*, là *nguồn gốc*, còn từ *square root* là *căn bậc hai*.