

§5. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

Làm thế nào để nhận biết một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn ?

1. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

Ở §4, ta đã biết những dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn :

a) Nếu một đường thẳng và một đường tròn chỉ có một điểm chung thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Nếu khoảng cách từ tâm của một đường tròn đến đường thẳng bằng bán kính của đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

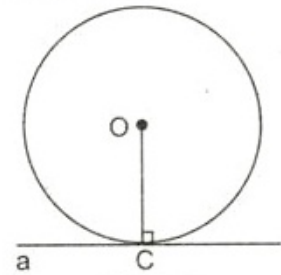
Dấu hiệu nhận biết b) còn được phát biểu thành định lí sau đây.

ĐỊNH LÝ

Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

Trên hình 74, đường thẳng a đi qua điểm C của đường tròn (O) và vuông góc với bán kính OC nên đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

?1 Cho tam giác ABC , đường cao AH . Chứng minh rằng đường thẳng BC là tiếp tuyến của đường tròn $(A ; AH)$.



Hình 74

2. Áp dụng

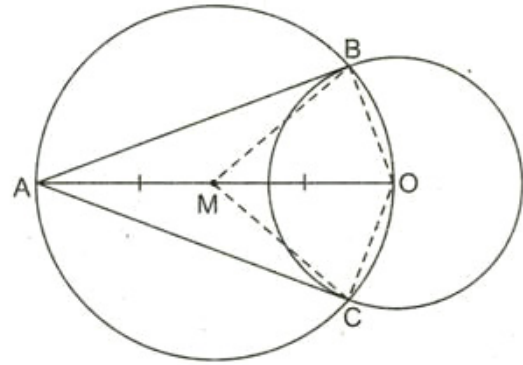
Bài toán. Qua điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), hãy dựng tiếp tuyến của đường tròn.

Cách dựng. (h.75)

Dựng M là trung điểm của AO.

Dựng đường tròn có tâm M bán kính MO, cắt đường tròn (O) tại B và C.

Kẻ các đường thẳng AB và AC. Ta được các tiếp tuyến cần dựng.

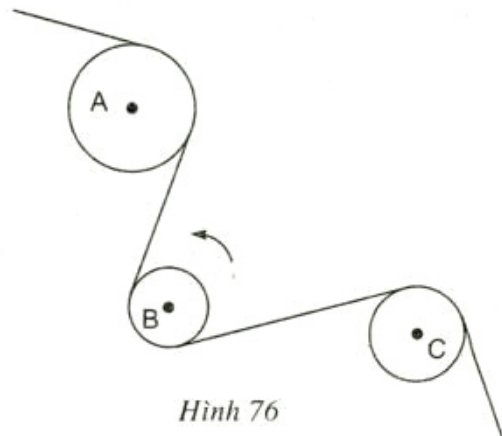


Hình 75

?2 *Hãy chứng minh cách dựng trên là đúng.*

Bài tập

21. Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Vẽ đường tròn $(B ; BA)$. Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn.
22. Cho đường thẳng d, điểm A nằm trên đường thẳng d, điểm B nằm ngoài đường thẳng d. Hãy dựng đường tròn (O) đi qua điểm B và tiếp xúc với đường thẳng d tại A.
23. **Đố.** Dây cua-roa trên hình 76 có những phần là tiếp tuyến của các đường tròn tâm A, B, C. Chiều quay của đường tròn tâm B ngược chiều quay của kim đồng hồ. Tìm chiều quay của đường tròn tâm A và đường tròn tâm C (cùng chiều quay hay ngược chiều quay của kim đồng hồ).



Hình 76

Luyện tập

24. Cho đường tròn (O), dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn ở điểm C.

a) Chứng minh rằng CB là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Cho bán kính của đường tròn bằng 15cm, AB = 24cm. Tính độ dài OC.

25. Cho đường tròn tâm O có bán kính OA = R, dây BC vuông góc với OA tại trung điểm M của OA.

a) Tứ giác OCAB là hình gì? Vì sao?

b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại B, nó cắt đường thẳng OA tại E. Tính độ dài BE theo R.

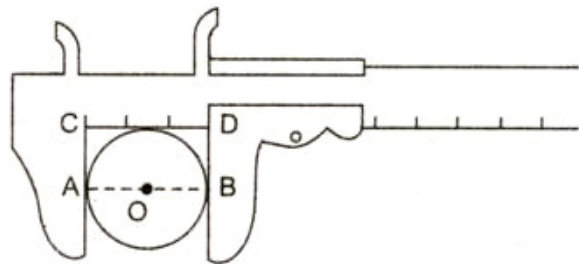


Có thể em chưa biết

Thước đo đường kính hình tròn

Hình 77 là một thước cặp (pan-me) dùng để đo đường kính của một vật hình tròn.

Các đường thẳng AC, BD, CD tiếp xúc với đường tròn. Gọi O là tâm của đường tròn. Các góc ACD, CDB, OAC, OBD đều là góc vuông nên ba điểm A, O, B thẳng hàng. Độ dài CD cho ta đường kính của hình tròn.



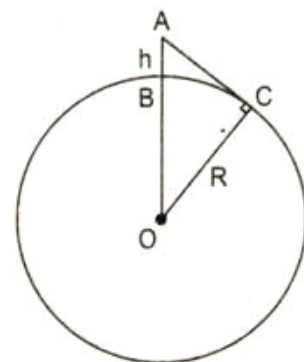
Hình 77

Tính tầm nhìn xa tối đa

Một người quan sát đặt mắt ở vị trí A có độ cao cách mặt nước biển là AB = 5m. Tầm nhìn xa tối đa là đoạn thẳng AC (với C là tiếp điểm của tiếp tuyến vẽ qua A, xem hình 78). Cho biết bán kính Trái Đất là OB = OC ≈ 6400km, ta tính được độ dài AC.

Cách 1. Theo định lý Py-ta-go :

$$\begin{aligned}AC^2 &= OA^2 - OC^2 \\ &\approx (6400,005)^2 - 6400^2 \\ &= 40960064,000025 - 40960000 \\ &= 64,000025 \\ AC &\approx 8 \text{ (km)}.\end{aligned}$$



Hình 78

Cách 2. Đặt $AB = h$, $OB = OC = R$, ta có

$$\begin{aligned}AC^2 &= OA^2 - OC^2 = (R+h)^2 - R^2 \\ &= R^2 + 2Rh + h^2 - R^2 = 2Rh + h^2.\end{aligned}$$

Như vậy $AC^2 = 2Rh + h^2$.

Vì chiều cao h rất nhỏ so với bán kính R của Trái Đất nên $AC^2 \approx 2Rh$, do đó

$$AC \approx \sqrt{6400 \cdot 2h} = 80\sqrt{2h}.$$

Với $AB = 5\text{m} = 0,005\text{km}$, ta có

$$AC \approx 80\sqrt{2 \cdot 0,005} = 80\sqrt{0,01} = 80 \cdot 0,1 = 8 \text{ (km)}.$$

➤ **Chú ý.** Nếu vị trí quan sát có độ cao h (km) so với mặt nước biển thì tầm nhìn xa tối đa d (km) có thể tính bởi công thức gần đúng :

$$d \approx 80\sqrt{2h}.$$

Với $h = 20\text{m}$, ta có $d \approx 80\sqrt{2 \cdot 0,02} = 80 \cdot 0,2 = 16 \text{ (km)}$.

Với $h = 80\text{m}$, ta có $d \approx 80\sqrt{2 \cdot 0,08} = 80 \cdot 0,4 = 32 \text{ (km)}$.

Với $h = 125\text{m}$, ta có $d \approx 80\sqrt{2 \cdot 0,125} = 80 \cdot 0,5 = 40 \text{ (km)}$.