

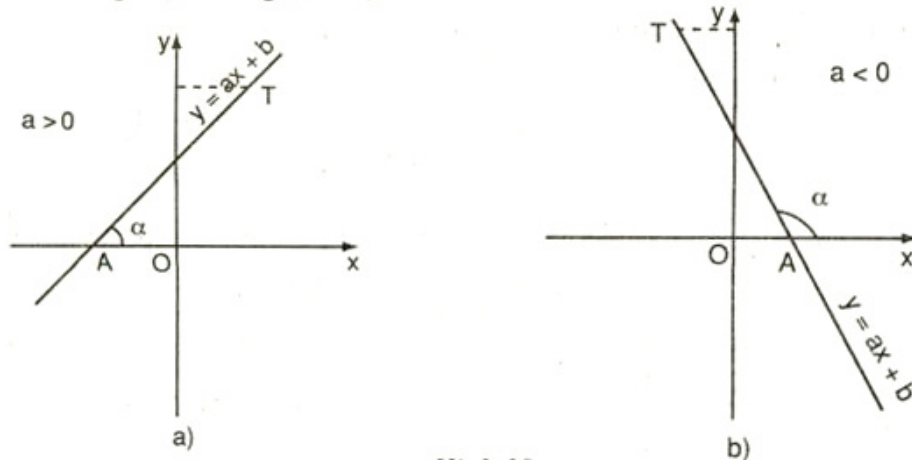
§5. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

1. Khái niệm hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

a) Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khi nói góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox (hoặc nói đường thẳng $y = ax + b$ tạo với trục Ox một góc α), ta hiểu đó là góc tạo bởi tia Ax và tia AT, trong đó A là giao điểm của

đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox , T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương (h.10).

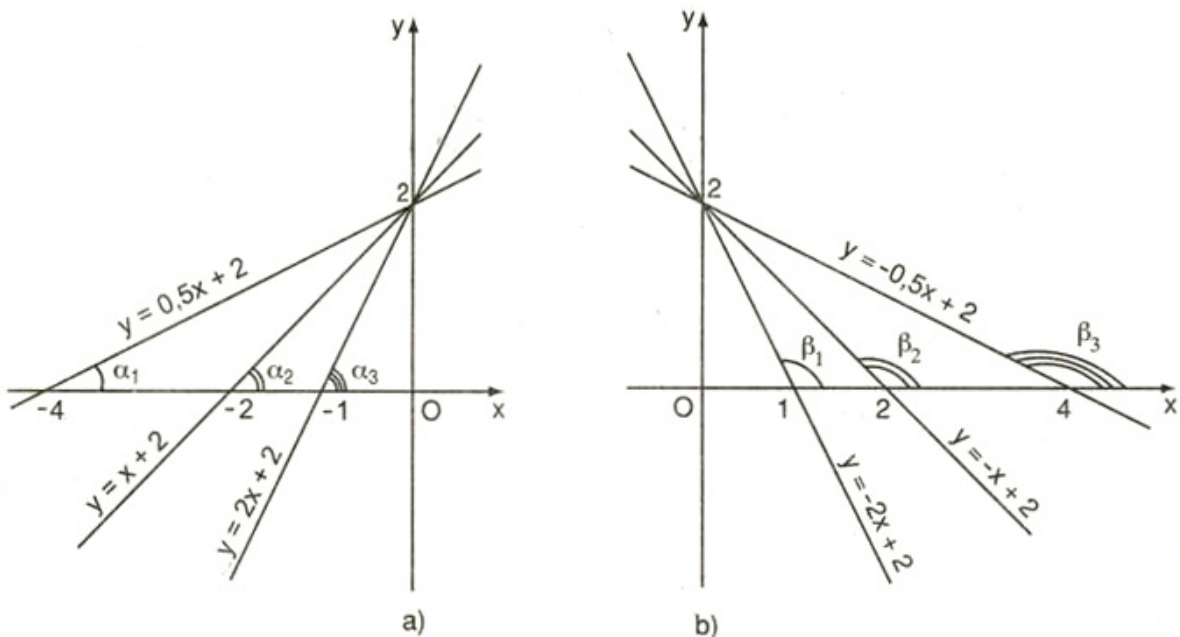


Hình 10

b) Hệ số góc

Với cách hiểu góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox như trên, ta thấy rằng : Các đường thẳng song song với nhau sẽ tạo với trục Ox các góc bằng nhau.

Từ đó suy ra : Các đường thẳng có cùng hệ số a (a là hệ số của x) thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau.



Hình 11

? Hình 11a) biểu diễn đồ thị của các hàm số (với hệ số $a > 0$) :

$$y = 0,5x + 2; \quad y = x + 2; \quad y = 2x + 2.$$

Hình 11b) biểu diễn đồ thị của các hàm số (với hệ số $a < 0$):

$$y = -2x + 2; \quad y = -x + 2; \quad y = -0,5x + 2.$$

a) Hãy so sánh các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ và so sánh các giá trị tương ứng của hệ số a trong các hàm số (trường hợp $a > 0$) rồi rút ra nhận xét.

b) Cũng làm tương tự như câu a) với trường hợp $a < 0$.

Qua việc xét đồ thị của các hàm số đã nêu ở trên, ta có thể nói:

– Khi hệ số a dương ($a > 0$) thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90° .

– Khi hệ số a âm ($a < 0$) thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180° .

Vì có sự liên quan giữa hệ số a với góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox nên người ta gọi a là *hệ số góc* của đường thẳng $y = ax + b$.

➤ **Chú ý.** Khi $b = 0$, ta có hàm số $y = ax$. Trong trường hợp này, ta cũng nói rằng a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = 3x + 2$.

a) Vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tính góc tạo bởi đường thẳng $y = 3x + 2$ và trục Ox (làm tròn đến phút).

Giải

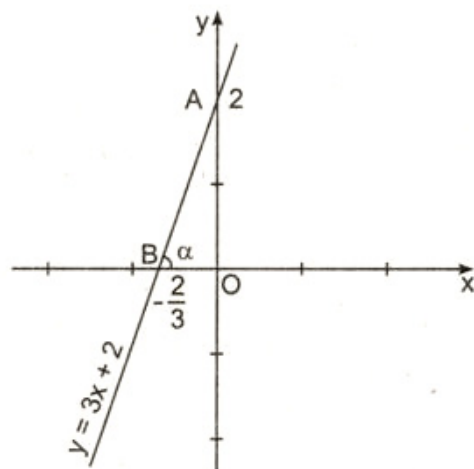
a) Khi $x = 0$ thì $y = 2$, ta được điểm $A(0; 2)$.

Khi $y = 0$ thì $x = -\frac{2}{3}$, ta được điểm

$$B\left(-\frac{2}{3}; 0\right).$$

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B , ta được đồ thị của hàm số đã cho (h.12).

b) Gọi góc tạo bởi đường thẳng $y = 3x + 2$ và trục Ox là α , ta có $\widehat{ABO} = \alpha$. Xét tam giác vuông OAB , ta có $\operatorname{tg}\alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$ (3 chính là



Hình 12

hệ số góc của đường thẳng $y = 3x + 2$). Bằng cách tra bảng hoặc tính trên máy tính, ta được $\alpha \approx 71^{\circ}34'$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = -3x + 3$.

a) Vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tính góc tạo bởi đường thẳng $y = -3x + 3$ và trục Ox (làm tròn đến phút).

Giải

a) Khi $x = 0$ thì $y = 3$, ta được điểm $A(0 ; 3)$.

Khi $y = 0$ thì $x = 1$, ta được điểm $B(1 ; 0)$.

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B , ta được đồ thị của hàm số đã cho (h.13).

b) Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = -3x + 3$ và trục Ox , ta có $\alpha = \widehat{ABx}$.

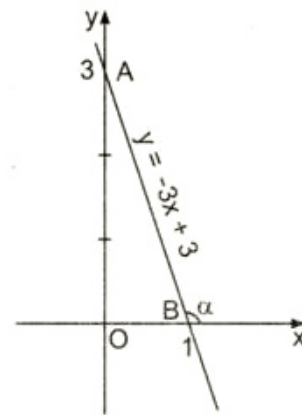
Xét tam giác vuông OAB , ta có

$$\operatorname{tg} \widehat{OBA} = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{1} = 3 \quad (3 \text{ chính là}$$

giá trị tuyệt đối của hệ số góc -3 của đường thẳng $y = -3x + 3$).

Bằng cách tra bảng hoặc tính trên máy tính, ta được $\widehat{OBA} \approx 71^{\circ}34'$.

Vậy $\alpha = 180^{\circ} - \widehat{OBA} \approx 108^{\circ}26'$.



Hình 13

Bài tập

27. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$.
- Xác định hệ số góc a , biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(2 ; 6)$.
 - Vẽ đồ thị của hàm số.
28. Cho hàm số $y = -2x + 3$.
- Vẽ đồ thị của hàm số.
 - Tính góc tạo bởi đường thẳng $y = -2x + 3$ và trục Ox (làm tròn đến phút).

Luyện tập

29. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$ trong mỗi trường hợp sau :
- $a = 2$ và đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5.
 - $a = 3$ và đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(2 ; 2)$.
 - Đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = \sqrt{3}x$ và đi qua điểm $B(1 ; \sqrt{3} + 5)$.

30. a) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của các hàm số sau :

$$y = \frac{1}{2}x + 2 ;$$

$$y = -x + 2.$$

- b) Gọi giao điểm của hai đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2$ và $y = -x + 2$ với trục hoành theo thứ tự là A, B và gọi giao điểm của hai đường thẳng đó là C. Tính các góc của tam giác ABC (làm tròn đến độ).
- c) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

31. a) Vẽ đồ thị của các hàm số $y = x + 1$; $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \sqrt{3}$; $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$.

- b) Gọi α, β, γ lần lượt là các góc tạo bởi các đường thẳng trên và trục Ox.

Chứng minh rằng $\operatorname{tg}\alpha = 1, \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}, \operatorname{tg}\gamma = \sqrt{3}$.

Tính số đo các góc α, β, γ .