

§3. Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây

Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đến hai dây, có thể so sánh được độ dài của hai dây đó.

1. Bài toán

Cho AB và CD là hai dây (khác đường kính) của đường tròn $(O ; R)$. Gọi OH, OK theo thứ tự là các khoảng cách từ O đến AB, CD . Chứng minh rằng

$$OH^2 + HB^2 = OK^2 + KD^2.$$

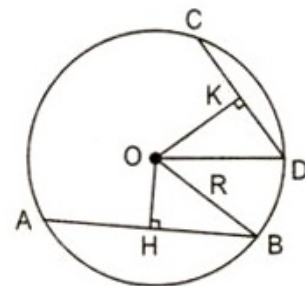
Giải (h.68)

Áp dụng định lí Py-ta-go vào các tam giác vuông OHB và OKD , ta có :

$$OH^2 + HB^2 = OB^2 = R^2, \quad (1)$$

$$OK^2 + KD^2 = OD^2 = R^2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $OH^2 + HB^2 = OK^2 + KD^2$.



Hình 68

➤ **Chú ý.** Kết luận của bài toán trên vẫn đúng nếu một dây là đường kính hoặc hai dây là đường kính.

2. Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây

?1 Hãy sử dụng kết quả của bài toán ở mục 1 để chứng minh rằng :

a) Nếu $AB = CD$ thì $OH = OK$.

b) Nếu $OH = OK$ thì $AB = CD$.

Ta có định lí sau đây.

ĐỊNH LÍ 1

Trong một đường tròn :

a) Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.

b) Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

?2 Hãy sử dụng kết quả của bài toán ở mục 1 để so sánh các độ dài:

a) OH và OK , nếu biết $AB > CD$.

b) AB và CD , nếu biết $OH < OK$.

Ta có định lí sau đây.

ĐỊNH LÍ 2

Trong hai dây của một đường tròn :

a) Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

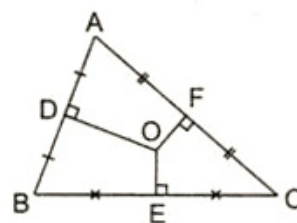
b) Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

?3 Cho tam giác ABC , O là giao điểm của các đường trung trực của tam giác ; D, E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, AC . Cho biết $OD > OE, OE = OF$ (h.69):

Hãy so sánh các độ dài :

a) BC và AC ;

b) AB và AC .



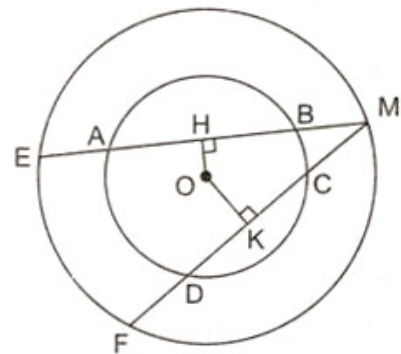
Hình 69

Bài tập

12. Cho đường tròn tâm O bán kính 5cm , dây AB bằng 8cm .
- Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB .
 - Gọi I là điểm thuộc dây AB sao cho $AI = 1\text{cm}$. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB . Chứng minh rằng $CD = AB$.
13. Cho đường tròn (O) có các dây AB và CD bằng nhau, các tia AB và CD cắt nhau tại điểm E nằm bên ngoài đường tròn. Gọi H và K theo thứ tự là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng :
- $EH = EK$;
 - $EA = EC$.

Luyện tập

14. Cho đường tròn tâm O bán kính 25cm , dây AB bằng 40cm . Vẽ dây CD song song với AB và có khoảng cách đến AB bằng 22cm . Tính độ dài dây CD .
15. Cho hình 70 trong đó hai đường tròn cùng có tâm là O . Cho biết $AB > CD$. Hãy so sánh các độ dài :
- OH và OK ;
 - ME và MF ;
 - MH và MK .
16. Cho đường tròn (O) , điểm A nằm bên trong đường tròn. Vẽ dây BC vuông góc với OA tại A . Vẽ dây EF bất kì đi qua A và không vuông góc với OA . Hãy so sánh độ dài hai dây BC và EF .



Hình 70