

## §1. Nhắc lại và bổ sung các khái niệm về hàm số

### 1. Khái niệm hàm số

• Nếu đại lượng  $y$  phụ thuộc vào đại lượng thay đổi  $x$  sao cho với mỗi giá trị của  $x$ , ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  thì  $y$  được gọi là *hàm số* của  $x$ , và  $x$  được gọi là *biến số*.

• Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc bằng công thức,...

*Ví dụ 1*

a)  $y$  là hàm số của  $x$  được cho bằng bảng sau :

$x$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$y$	6	4	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$

b)  $y$  là hàm số của  $x$  được cho bằng công thức :

$$y = 2x ; \quad y = 2x + 3 ; \quad y = \frac{4}{x}.$$

• Khi hàm số được cho bằng công thức  $y = f(x)$ , ta hiểu rằng biến số  $x$  chỉ lấy những giá trị mà tại đó  $f(x)$  xác định. Chẳng hạn, ở các ví dụ trên, giá trị của các biểu thức  $2x$ ,  $2x + 3$  luôn luôn xác định với mọi giá trị của  $x$  nên trong các hàm số  $y = 2x$  và  $y = 2x + 3$ , biến số  $x$  có thể lấy những giá trị tùy ý ; còn trong hàm số  $y = \frac{4}{x}$ , biến số  $x$  chỉ lấy những giá trị khác 0,

vì giá trị của biểu thức  $\frac{4}{x}$  không xác định khi  $x = 0$ .

- Khi  $y$  là hàm số của  $x$ , ta có thể viết  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,... Ví dụ, đối với hàm số  $y = 2x + 3$ , ta còn có thể viết  $y = f(x) = 2x + 3$ ; khi đó, thay cho câu "Khi  $x$  bằng 3 thì giá trị tương ứng của  $y$  là 9", ta viết  $f(3) = 9$ .

- Khi  $x$  thay đổi mà  $y$  luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số  $y$  được gọi là *hàm hằng*.

**?1** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{2}x + 5$ .

Tính  $f(0)$ ;  $f(1)$ ;  $f(2)$ ;  $f(3)$ ;  $f(-2)$ ;  $f(-10)$ .

## 2. Đồ thị của hàm số

**?2** a) Biểu diễn các điểm sau trên mặt phẳng tọa độ Oxy :

$$A\left(\frac{1}{3}; 6\right), \quad B\left(\frac{1}{2}; 4\right), \quad C(1; 2), \quad D(2; 1), \quad E\left(3; \frac{2}{3}\right), \quad F\left(4; \frac{1}{2}\right).$$

b) Vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2x$ .

Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng  $(x; f(x))$  trên mặt phẳng tọa độ được gọi là *đồ thị của hàm số*  $y = f(x)$ . Chẳng hạn, tập hợp các điểm A, B, C, D, E, F vẽ được trong **?2** a) là đồ thị của hàm số được cho bằng bảng ở ví dụ 1a); tập hợp các điểm của đường thẳng vẽ được trong **?2** b) là đồ thị của hàm số  $y = 2x$ .

## 3. Hàm số đồng biến, nghịch biến

**?3** Tính giá trị  $y$  tương ứng của các hàm số  $y = 2x + 1$  và  $y = -2x + 1$  theo giá trị đã cho của biến  $x$  rồi điền vào bảng sau :

$x$	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
$y = 2x + 1$									
$y = -2x + 1$									

a) Xét hàm số  $y = 2x + 1$ .

Để thấy  $2x + 1$  xác định với mọi  $x \in \mathbf{R}$ .

Qua bảng trên ta thấy : Khi cho  $x$  các giá trị tùy ý tăng lên thì các giá trị tương ứng của  $y = 2x + 1$  cũng tăng lên. Ta nói rằng hàm số  $y = 2x + 1$  đồng biến trên  $\mathbf{R}$ .

b) Xét hàm số  $y = -2x + 1$ , ta thấy :

$-2x + 1$  xác định với mọi  $x \in \mathbf{R}$ .

Khi cho  $x$  các giá trị tùy ý tăng lên thì các giá trị tương ứng của  $y = -2x + 1$  lại giảm đi. Ta nói rằng hàm số  $y = -2x + 1$  nghịch biến trên  $\mathbf{R}$ .

**Một cách tổng quát :**

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định với mọi giá trị của  $x$  thuộc  $\mathbf{R}$

a) Nếu giá trị của biến  $x$  tăng lên mà giá trị tương ứng  $f(x)$  cũng tăng lên thì hàm số  $y = f(x)$  được gọi là **hàm số đồng biến trên  $\mathbf{R}$**  (gọi tắt là hàm số đồng biến).

b) Nếu giá trị của biến  $x$  tăng lên mà giá trị tương ứng  $f(x)$  lại giảm đi thì hàm số  $y = f(x)$  được gọi là **hàm số nghịch biến trên  $\mathbf{R}$**  (gọi tắt là hàm số nghịch biến).

Nói cách khác, với  $x_1, x_2$  bất kì thuộc  $\mathbf{R}$  :

Nếu  $x_1 < x_2$  mà  $f(x_1) < f(x_2)$  thì hàm số  $y = f(x)$  **đồng biến trên  $\mathbf{R}$**  ;

Nếu  $x_1 < x_2$  mà  $f(x_1) > f(x_2)$  thì hàm số  $y = f(x)$  **nghịch biến trên  $\mathbf{R}$** .

## Bài tập

1. a) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2}{3}x$ .

Tính :  $f(-2)$  ;  $f(-1)$  ;  $f(0)$  ;  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ;  $f(1)$  ;  $f(2)$  ;  $f(3)$ .

b) Cho hàm số  $y = g(x) = \frac{2}{3}x + 3$ .

Tính :  $g(-2)$  ;  $g(-1)$  ;  $g(0)$  ;  $g\left(\frac{1}{2}\right)$  ;  $g(1)$  ;  $g(2)$  ;  $g(3)$ .

c) Có nhận xét gì về giá trị của hai hàm số đã cho ở trên khi biến  $x$  lấy cùng một giá trị ?



2. Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ .

a) Tính các giá trị tương ứng của  $y$  theo các giá trị của  $x$  rồi điền vào bảng sau :

$x$	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$y = -\frac{1}{2}x + 3$											

b) Hàm số đã cho là hàm số đồng biến hay nghịch biến ? Vì sao ?

3. Cho hai hàm số  $y = 2x$  và  $y = -2x$ .

a) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của hai hàm số đã cho.

b) Trong hai hàm số đã cho, hàm số nào đồng biến ? Hàm số nào nghịch biến ? Vì sao ?

### Luyện tập

4. Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{3}x$  được vẽ bằng compa và thước thẳng ở hình 4.

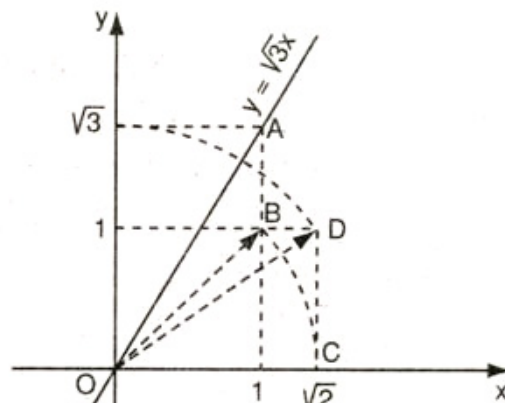
Hãy tìm hiểu và trình bày lại các bước thực hiện vẽ đồ thị đó.

5. a) Vẽ đồ thị của các hàm số  $y = x$  và  $y = 2x$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy (h.5).

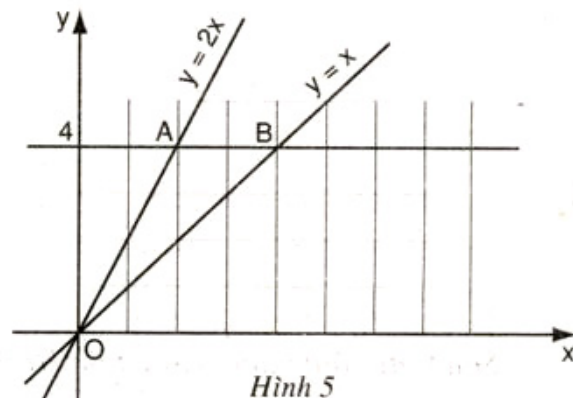
b) Đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ  $y = 4$  lần lượt cắt các đường thẳng  $y = 2x$ ,  $y = x$  tại hai điểm A và B.

Tìm tọa độ của các điểm A, B và tính chu vi, diện tích của tam giác OAB theo đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét.

6. Cho các hàm số  $y = 0,5x$  và  $y = 0,5x + 2$ .



Hình 4



Hình 5

a) Tính giá trị  $y$  tương ứng của mỗi hàm số theo giá trị đã cho của biến  $x$  rồi điền vào bảng sau :

$x$	-2,5	-2,25	-1,5	-1	0	1	1,5	2,25	2,5
$y = 0,5x$									
$y = 0,5x + 2$									

b) Có nhận xét gì về các giá trị tương ứng của hai hàm số đó khi biến  $x$  lấy cùng một giá trị ?

7. Cho hàm số  $y = f(x) = 3x$ .

Cho  $x$  hai giá trị bất kì  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 < x_2$ .

Hãy chứng minh  $f(x_1) < f(x_2)$  rồi rút ra kết luận hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbf{R}$ .