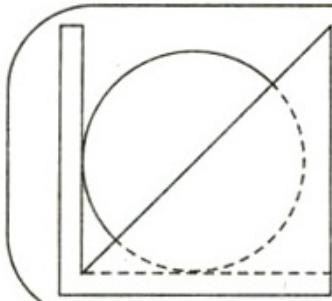


§6. Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau



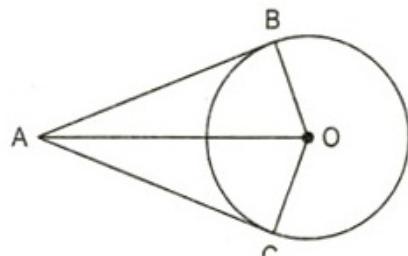
Với "thước phân giác", ta có thể tìm được tâm của một vật hình tròn.

1. Định lí về hai tiếp tuyến cắt nhau

?1

Cho hình 79 trong đó AB, AC là các tiếp tuyến tại B, C của đường tròn (O). Hãy kể tên một vài đoạn thẳng bằng nhau, một vài góc bằng nhau trong hình.

Ta gọi góc tạo bởi hai tiếp tuyến AB và AC là góc BAC, góc tạo bởi hai bán kính OB và OC là góc BOC.



Hình 79

ĐỊNH LÍ

Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì :

- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.

Chứng minh. Gọi BA, CA theo thứ tự là các tiếp tuyến tại B, tại C của đường tròn (O) (h.79). Theo tính chất của tiếp tuyến, ta có $AB \perp OB$, $AC \perp OC$.

Hai tam giác vuông AOB và AOC có

$$OB = OC,$$

OA là cạnh chung

nên $\Delta AOB = \Delta AOC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông). Suy ra :

$$AB = AC.$$

$\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$ nên AO là tia phân giác của góc BAC.

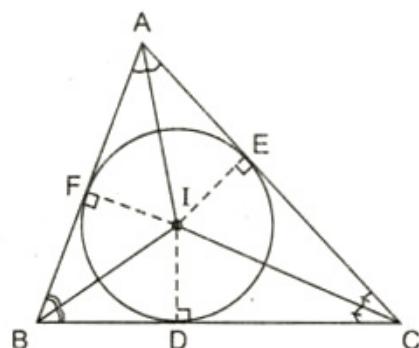
$\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$ nên OA là tia phân giác của góc BOC.

? **2** Hãy nêu cách tìm tâm của một miếng gỗ hình tròn bằng "thước phân giác" (xem hình vẽ trong khung ở đầu §6).

2. Đường tròn nội tiếp tam giác

? **3** Cho tam giác ABC. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác các góc trong của tam giác ; D, E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ I đến các cạnh BC, AC, AB (h.80). Chứng minh rằng ba điểm D, E, F nằm trên cùng một đường tròn tâm I.

Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là *đường tròn nội tiếp tam giác*, còn tam giác gọi là *ngoại tiếp* đường tròn.



Hình 80

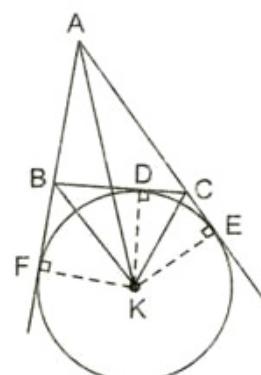
Trên hình 80, đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC, tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (I). Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác các góc trong của tam giác.

3. Đường tròn bằng tiếp tam giác

- 24** Cho tam giác ABC, K là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C ; D, E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ K đến các đường thẳng BC, AC, AB (h.81). Chứng minh rằng ba điểm D, E, F nằm trên cùng một đường tròn có tâm K.

Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của một tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là *đường tròn bằng tiếp* tam giác. Trên hình 81 ta có đường tròn (K) bằng tiếp trong góc A của tam giác ABC.

Tâm của đường tròn bằng tiếp tam giác trong góc A là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C, hoặc là giao điểm của đường phân giác góc A và đường phân giác góc ngoài tại B (hoặc C). Với một tam giác, có ba đường tròn bằng tiếp.



Hình 81

Bài tập

26. Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).
 - a) Chứng minh rằng OA vuông góc với BC.
 - b) Vẽ đường kính CD. Chứng minh rằng BD song song với AO.
 - c) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC ; biết OB = 2cm, OA = 4cm.
27. Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC, kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O), nó cắt các tiếp tuyến AB và AC theo thứ tự ở D và E. Chứng minh rằng chu vi tam giác ADE bằng 2AB.

28. Cho góc xAy khác góc bẹt. Tâm của các đường tròn tiếp xúc với hai cạnh của góc xAy nằm trên đường nào ?
29. Cho góc xAy khác góc bẹt, điểm B thuộc tia Ax . Hãy dựng đường tròn (O) tiếp xúc với Ax tại B và tiếp xúc với Ay .

Luyện tập

30. Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB (đường kính của một đường tròn chia đường tròn đó thành hai nửa đường tròn). Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Ax và By theo thứ tự ở C và D . Chứng minh rằng :

a) $\widehat{COD} = 90^\circ$.

b) $CD = AC + BD$.

c) Tích $AC \cdot BD$ không đổi khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn.

31. Trên hình 82, tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O) .

a) Chứng minh rằng :

$$2AD = AB + AC - BC.$$

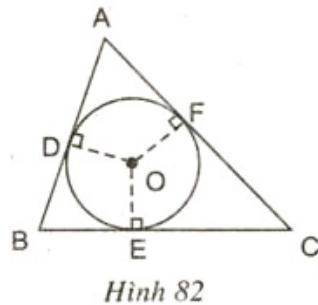
b) Tìm các hệ thức tương tự như hệ thức ở câu a).

32. Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn bán kính 1cm . Diện tích của tam giác ABC bằng :

(A) 6cm^2 ; (B) $\sqrt{3}\text{ cm}^2$;

(C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$; (D) $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

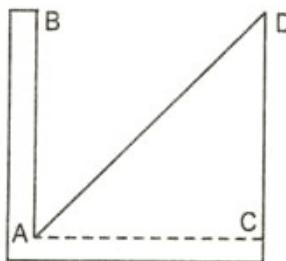


Hình 82

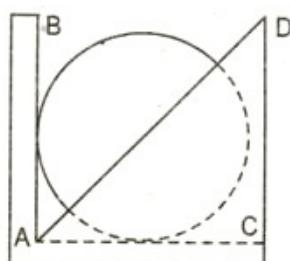


Có thể em chưa biết

Hình 83 minh họa "thước phân giác". Thước gỗ hai thanh gỗ ghép lại thành góc vuông BAC, hai thanh gỗ này được đóng lên một tấm gỗ hình tam giác vuông, trong đó AD là tia phân giác của góc BAC.



Hình 83



Hình 84

Để tìm tâm của một hình tròn, ta đặt hình tròn đó tiếp xúc với hai cạnh AB và AC (h.84). Vạch theo AD ta được một đường thẳng đi qua tâm của hình tròn. Xoay hình tròn và làm tương tự, ta được một đường thẳng nữa đi qua tâm của hình tròn. Giao điểm của hai đường vừa kẽ là tâm của hình tròn.