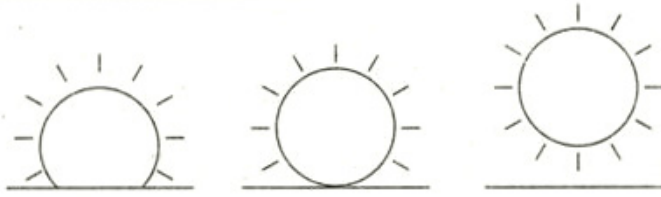


§4. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn



Các vị trí của Mặt Trời so với đường chân trời cho ta hình ảnh ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

Xét đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng a . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến đường thẳng a , khi đó OH là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a .

1. Ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

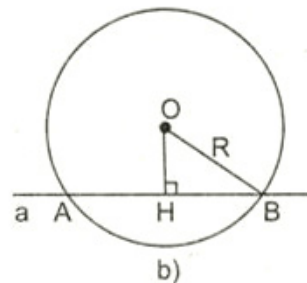
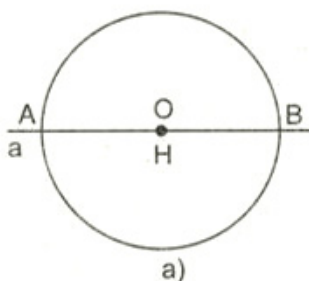
? Vì sao một đường thẳng và một đường tròn không thể có nhiều hơn hai điểm chung?

Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và đường tròn mà ta có các vị trí tương đối của chúng.

a) Đường thẳng và đường tròn cắt nhau

Khi đường thẳng a và đường tròn (O) có hai điểm chung A và B (h.71), ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) *cắt nhau*. Đường thẳng a còn gọi là *cát tuyến* của đường tròn (O) .

Khi đó $OH < R$ và $HA = HB = \sqrt{R^2 - OH^2}$.



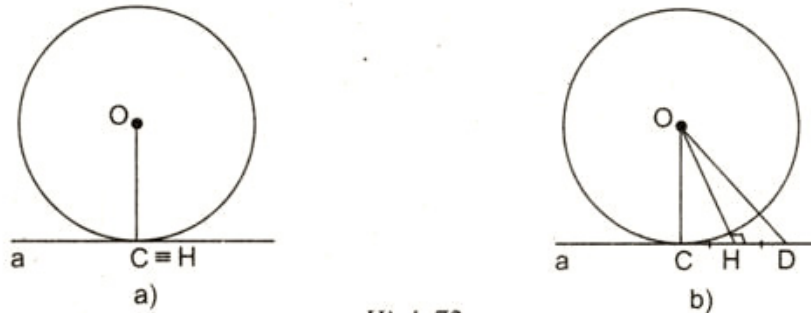
Hình 71

22 Hãy chứng minh khẳng định trên.

b) Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau

Khi đường thẳng a và đường tròn (O) chỉ có một điểm chung C , ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) *tiếp xúc nhau*. Ta còn nói đường thẳng a là *tiếp tuyến* của đường tròn (O) . Điểm C gọi là *tiếp điểm*.

Khi đó H trùng với C , $OC \perp a$ và $OH = R$ (h.72a).



Hình 72

Thật vậy, giả sử H không trùng với C , lấy điểm D thuộc đường thẳng a sao cho H là trung điểm của CD (h.72b). Khi đó C không trùng với D . Vì OH là đường trung trực của CD nên $OC = OD$. Ta lại có $OC = R$ nên $OD = R$.

Như vậy, ngoài điểm C ta còn có điểm D cũng là điểm chung của đường thẳng a và đường tròn (O) , điều này mâu thuẫn với giả thiết là đường thẳng a và đường tròn (O) chỉ có một điểm chung.

Vậy H phải trùng với C . Điều đó chứng tỏ rằng $OC \perp a$ và $OH = R$.

Kết quả trên còn được phát biểu thành định lí sau đây.

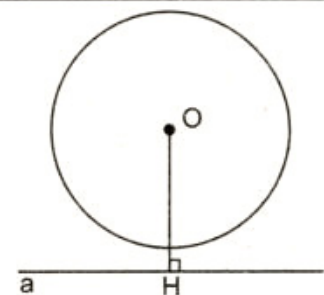
ĐỊNH LÍ

Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

c) Đường thẳng và đường tròn không giao nhau

Khi đường thẳng a và đường tròn (O) không có điểm chung (h.73), ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) *không giao nhau*.

Ta chứng minh được rằng $OH > R$.



Hình 73

2. Hệ thức giữa khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng và bán kính của đường tròn

Đặt $OH = d$, ta có các kết luận sau :

Nếu đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau thì $d < R$.

Nếu đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau thì $d = R$.

Nếu đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau thì $d > R$.

Đảo lại, ta cũng chứng minh được :

Nếu $d < R$ thì đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau.

Nếu $d = R$ thì đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau.

Nếu $d > R$ thì đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.

Ta có bảng tóm tắt sau :

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

23 Cho đường thẳng a và một điểm O cách a là 3cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính 5cm.

a) Đường thẳng a có vị trí như thế nào đối với đường tròn (O) ? Vì sao ?

b) Gọi B và C là các giao điểm của đường thẳng a và đường tròn (O). Tính độ dài BC.

Bài tập

17. Điền vào các chỗ trống (...) trong bảng sau (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng) :

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5cm	3cm	...
6cm	...	Tiếp xúc nhau
4cm	7cm	...

18. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3 ; 4)$. Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn $(A ; 3)$ và các trục tọa độ.
19. Cho đường thẳng xy . Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm và tiếp xúc với đường thẳng xy nằm trên đường nào ?
20. Cho đường tròn tâm O bán kính 6cm và một điểm A cách O là 10cm. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính độ dài AB .