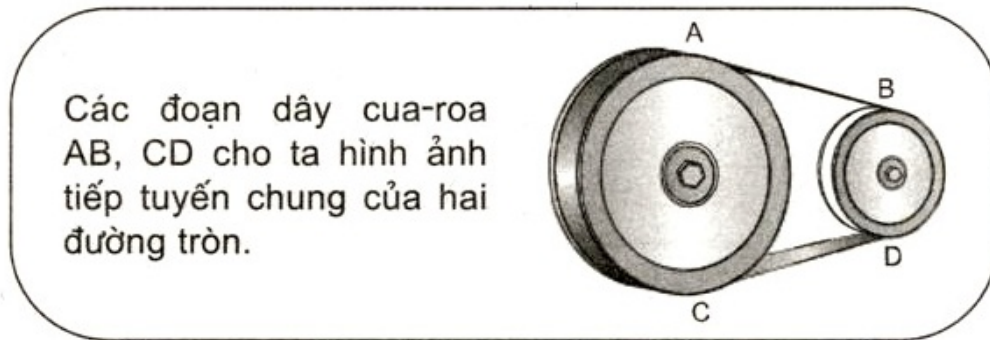


## §8. Vị trí tương đối của hai đường tròn (tiếp theo)



### 1. Hệ thức giữa đoạn nối tâm và các bán kính

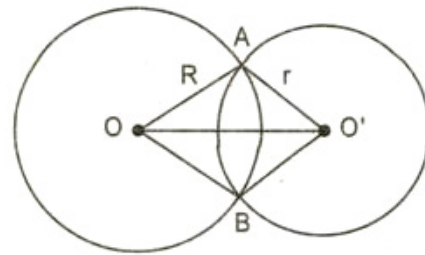
Trong mục này ta xét hai đường tròn  $(O ; R)$  và  $(O' ; r)$  trong đó  $R \geq r$ .

**a) Hai đường tròn cắt nhau**

Trên hình 90, hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B.

Ta có khẳng định sau :

Nếu hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau thì  $R - r < OO' < R + r$ .



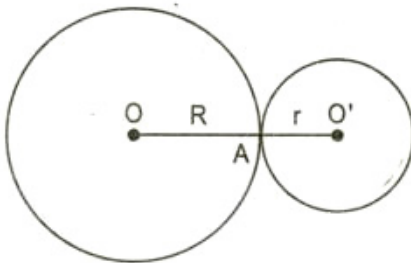
Hình 90

**?1** Hãy chứng minh khẳng định trên.

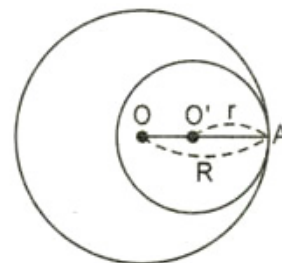
**b) Hai đường tròn tiếp xúc nhau**

Trên hình 91, hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A, khi đó tiếp điểm A nằm giữa O và O'.

Trên hình 92, hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc trong tại A, khi đó điểm O' nằm giữa O và A.



Hình 91



Hình 92

Ta có các khẳng định sau :

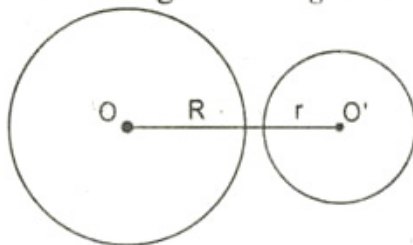
Nếu hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài thì  $OO' = R + r$ .

Nếu hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc trong thì  $OO' = R - r$ .

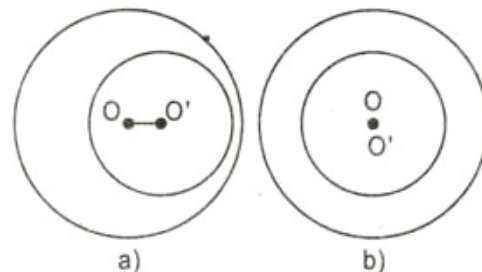
**?2** Hãy chứng minh các khẳng định trên.

**c) Hai đường tròn không giao nhau**

Trên các hình 93 và 94, hai đường tròn (O) và (O') không giao nhau. Trên hình 93, hai đường tròn ở ngoài nhau. Trên hình 94, đường tròn (O) đựng đường tròn (O'), trong trường hợp đặc biệt khi hai tâm trùng nhau (h.94b) ta có hai đường tròn đồng tâm.



Hình 93



Hình 94

Ta chứng minh được các khẳng định sau :

Nếu hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau thì  $OO' > R + r$ .

Nếu đường tròn (O) đựng đường tròn (O') thì  $OO' < R - r$ .

• Ta cũng chứng minh được điều đảo lại của các khẳng định ở các mục a, b, c nói trên.

Ta có bảng sau :

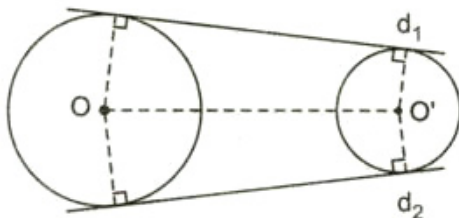
Vị trí tương đối của hai đường tròn (O ; R) và (O' ; r) ( $R \geq r$ )	Số điểm chung	Hệ thức giữa $OO'$ với R và r
Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < OO' < R + r$
Hai đường tròn tiếp xúc nhau : – Tiếp xúc ngoài – Tiếp xúc trong	1	$OO' = R + r$ $OO' = R - r > 0$
Hai đường tròn không giao nhau : – (O) và (O') ở ngoài nhau – (O) đựng (O')	0	$OO' > R + r$ $OO' < R - r$

## 2. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

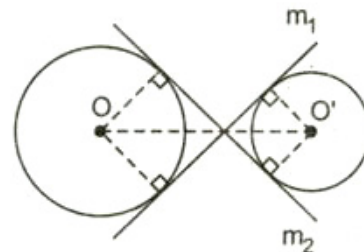
*Tiếp tuyến chung* của hai đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó.

Trên hình 95, các đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là các *tiếp tuyến chung ngoài* của hai đường tròn (O) và (O') (tiếp tuyến chung ngoài không cắt đoạn nối tâm).

Trên hình 96, các đường thẳng  $m_1$  và  $m_2$  là các *tiếp tuyến chung trong* của hai đường tròn (O) và (O') (tiếp tuyến chung trong cắt đoạn nối tâm).



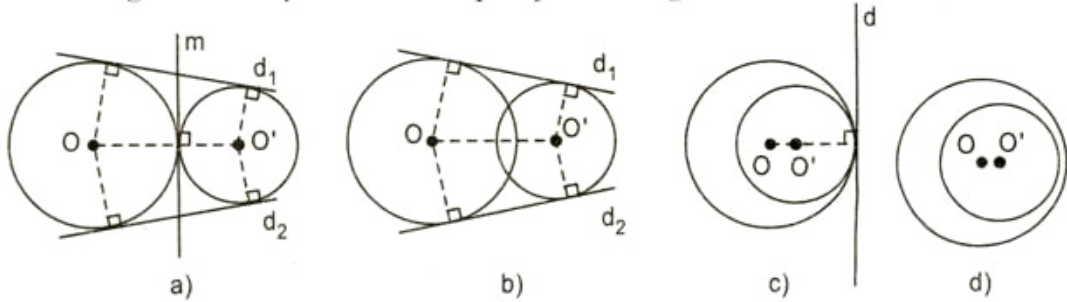
Hình 95



Hình 96

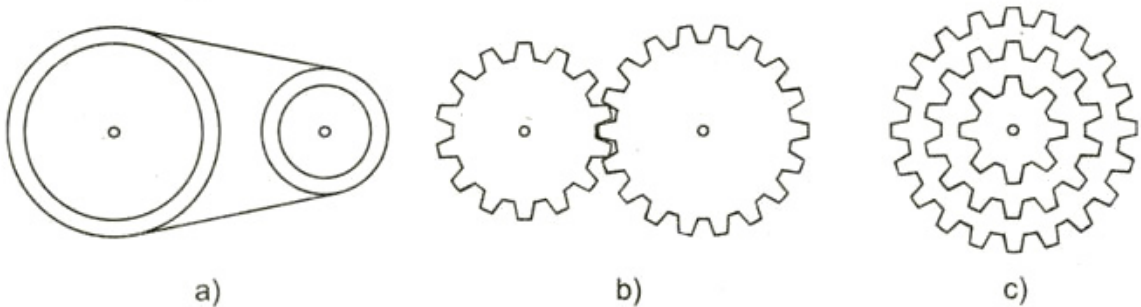
**33**

Quan sát các hình 97a, b, c, d, trên hình nào có vẽ tiếp tuyến chung của hai đường tròn? Đọc tên các tiếp tuyến chung đó.



Hình 97

Trong thực tế, ta thường gặp những đồ vật có hình dạng và kết cấu liên quan đến những vị trí tương đối của hai đường tròn: bánh xe và dây cua-roa (h.98a), hai bánh răng khớp nhau (h.98b), lốp nhiều tầng của xe đạp (h.98c).



Hình 98

### Bài tập

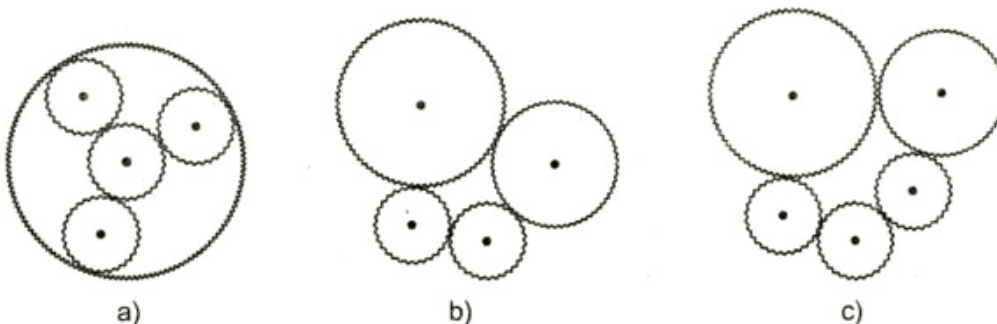
35. Điền vào các ô trống trong bảng, biết rằng hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; r)$  có  $OO' = d$ ,  $R > r$ .

Vị trí tương đối của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa $d, R, r$
$(O; R)$ đựng $(O'; r)$		$d > R + r$
Tiếp xúc ngoài		$d = R - r$
	2	

36. Cho đường tròn tâm O bán kính OA và đường tròn đường kính OA.
- Hãy xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.
  - Dây AD của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở C. Chứng minh rằng  $AC = CD$ .
37. Cho hai đường tròn đồng tâm O. Dây AB của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở C và D. Chứng minh rằng  $AC = BD$ .

### Luyện tập

38. Điền các từ thích hợp vào chỗ trống (...):
- Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm tiếp xúc ngoài với đường tròn (O ; 3cm) nằm trên ...
  - Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm tiếp xúc trong với đường tròn (O ; 3cm) nằm trên ...
39. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC,  $B \in (O)$ ,  $C \in (O')$ . Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở I.
- Chứng minh rằng  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ .
  - Tính số đo góc OIO'.
  - Tính độ dài BC, biết  $OA = 9\text{cm}$ ,  $O'A = 4\text{cm}$ .
40. **Đố.** Trên các hình 99a, 99b, 99c, các bánh xe tròn có răng cưa được khớp với nhau. Trên hình nào hệ thống bánh răng chuyển động được? Trên hình nào hệ thống bánh răng không chuyển động được?



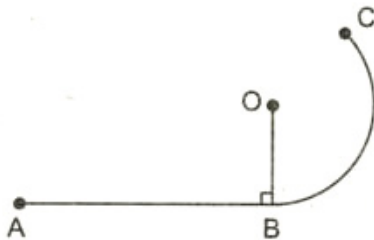
Hình 99



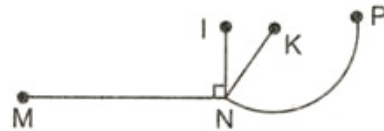
## Có thể em chưa biết

### Vẽ chấp nối trơn

Trên hình 100, ta có đoạn thẳng AB và cung BC của đường tròn tâm O, đoạn thẳng AB tiếp xúc với cung BC (vì  $AB \perp BO$ ). Tại B, đường đi ABC "trơn" chứ không "gãy" (còn trên hình 101 : đoạn thẳng MN không tiếp xúc với cung NP, đường đi MNP bị "gãy" tại N). Ta nói đoạn thẳng AB được vẽ *chấp nối trơn* với cung BC.

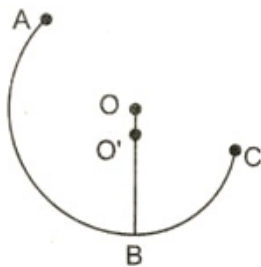


Hình 100

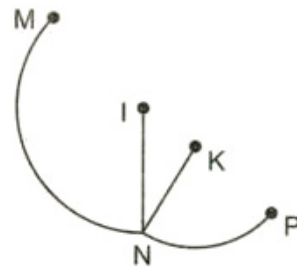


Hình 101

Trên hình 102, cung AB của đường tròn tâm O tiếp xúc với cung BC của đường tròn tâm O' (vì các tiếp tuyến tại B của các đường tròn đó trùng nhau, khi đó ba điểm O, O', B thẳng hàng). Tại B, đường đi ABC cũng "trơn" chứ không "gãy" (còn trên hình 103 : cung MN không tiếp xúc với cung NP, đường đi MNP bị "gãy" tại N). Ta nói cung AB được vẽ *chấp nối trơn* với cung BC.



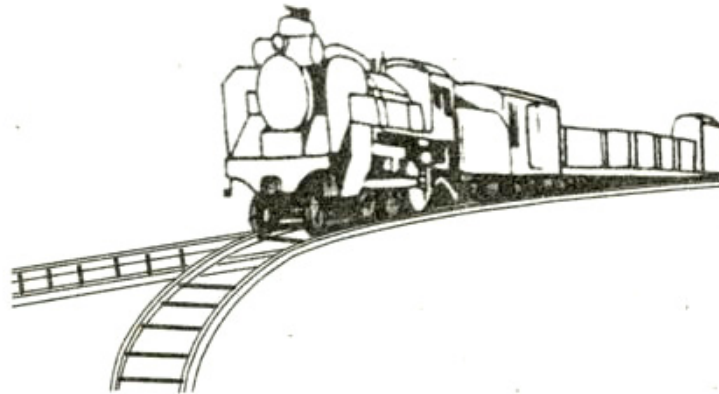
Hình 102



Hình 103

Trong kĩ thuật, nhiều khi ta phải vẽ chấp nối trơn một cung với một đoạn thẳng hoặc vẽ chấp nối trơn hai cung với nhau. Các thanh đường ray xe lửa được

chấp nối trơn với nhau khi xe lửa đổi hướng từ đường thẳng sang đường cong (h.100) hoặc từ đường cong này sang đường cong khác (h.102).

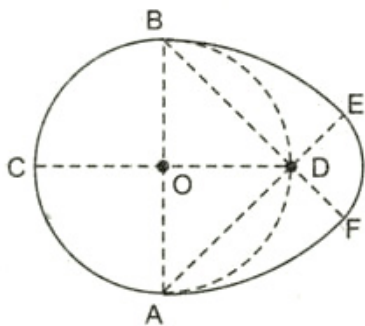


*Đường ray xe lửa, hình ảnh đường thẳng được chấp nối trơn với đường cong.*

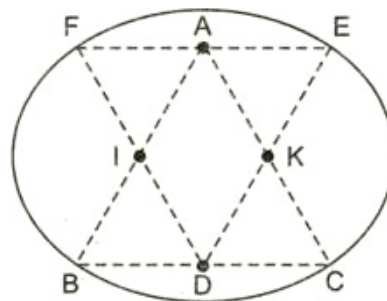
Em hãy tập vẽ chấp nối trơn để được các hình sau :

a) Hình "quả trứng".

Hình "quả trứng" (h.104) được tạo bởi bốn cung vẽ chấp nối trơn : nửa đường tròn  $ACB$  có đường kính  $AB$ , cung  $BE$  có tâm  $A$ , cung  $EF$  có tâm  $D$ , cung  $FA$  có tâm  $B$  (tâm của cung là tâm của đường tròn chứa cung đó).



*Hình 104*



*Hình 105*

b) Hình "trái xoan".

Hình "trái xoan" (h.105) được tạo bởi bốn cung vẽ chấp nối trơn : cung  $BC$  có tâm  $A$ , cung  $CE$  có tâm  $K$ , cung  $EF$  có tâm  $D$ , cung  $FB$  có tâm  $I$  (các tam giác  $ABC$  và  $DEF$  là các tam giác đều ;  $D, I, K$  là trung điểm các cạnh của tam giác  $ABC$ ).