



1. Tổng và tích của hai số phức liên hợp



1

Cho $z = 2 + 3i$. Hãy tính $z + \bar{z}$ và $z \cdot \bar{z}$. Nêu nhận xét.

Cho số phức $z = a + bi$. Ta có :

$$z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a ;$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 - (bi)^2 = a^2 + b^2 = |z|^2 .$$

- Tổng của một số phức với số phức liên hợp của nó bằng hai lần phần thực của số phức đó.
- Tích của một số phức với số phức liên hợp của nó bằng bình phương môđun của số phức đó.

Vậy tổng và tích của hai số phức liên hợp là một số thực.

2. Phép chia hai số phức

Chia số phức $c + di$ cho số phức $a + bi$ khác 0 là tìm số phức z sao cho $c + di = (a + bi)z$. Số phức z được gọi là *thương* trong phép chia $c + di$ cho $a + bi$ và kí hiệu là

$$z = \frac{c + di}{a + bi}.$$

Ví dụ 1. Thực hiện phép chia $4 + 2i$ cho $1 + i$.

Giải. Giả sử $z = \frac{4 + 2i}{1 + i}$. Theo định nghĩa, ta có $(1 + i)z = 4 + 2i$.

Nhân cả hai vế với số phức liên hợp của $1 + i$, ta được

$$(1 - i)(1 + i)z = (1 - i)(4 + 2i)$$

suy ra

$$2.z = 6 - 2i$$

hay

$$z = \frac{1}{2}(6 - 2i) = 3 - i.$$

Vậy

$$\frac{4 + 2i}{1 + i} = 3 - i.$$

Tổng quát, giả sử $z = \frac{c + di}{a + bi}$. Theo định nghĩa phép chia số phức, ta có

$$(a + bi)z = c + di.$$

Nhân cả hai vế với số phức liên hợp của $a + bi$, ta được

$$(a - bi)(a + bi)z = (a - bi)(c + di)$$

hay

$$(a^2 + b^2)z = (ac + bd) + (ad - bc)i.$$

Nhân cả hai vế với số thực $\frac{1}{a^2 + b^2}$, ta được

$$z = \frac{1}{a^2 + b^2}[(ac + bd) + (ad - bc)i].$$

Vậy

$$\frac{c + di}{a + bi} = \frac{ac + bd}{a^2 + b^2} + \frac{ad - bc}{a^2 + b^2}i.$$

CHÚ Ý

Trong thực hành, để tính thương $\frac{c + di}{a + bi}$, ta nhân cả tử và mẫu với số phức liên hợp của $a + bi$.

Ví dụ 2. Thực hiện phép chia $3 + 2i$ cho $2 + 3i$.

Giải

$$\frac{3 + 2i}{2 + 3i} = \frac{(3 + 2i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)} = \frac{12 - 5i}{13} = \frac{12}{13} - \frac{5}{13}i.$$



2

Thực hiện các phép chia sau : $\frac{1+i}{2-3i}$; $\frac{6+3i}{5i}$.

Bài tập

1. Thực hiện các phép chia sau :

a) $\frac{2+i}{3-2i}$; b) $\frac{1+i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{3}}$; c) $\frac{5i}{2-3i}$; d) $\frac{5-2i}{i}$.

2. Tìm nghịch đảo $\frac{1}{z}$ của số phức z , biết :

a) $z = 1 + 2i$; b) $z = \sqrt{2} - 3i$; c) $z = i$; d) $z = 5 + i\sqrt{3}$.

3. Thực hiện các phép tính sau :

a) $2i(3+i)(2+4i)$; b) $\frac{(1+i)^2(2i)^3}{-2+i}$;

c) $3 + 2i + (6+i)(5+i)$; d) $4 - 3i + \frac{5+4i}{3+6i}$.

4. Giải các phương trình sau :

a) $(3 - 2i)z + (4 + 5i) = 7 + 3i$; b) $(1 + 3i)z - (2 + 5i) = (2 + i)z$;

c) $\frac{z}{4 - 3i} + (2 - 3i) = 5 - 2i$.