

# ÔN TẬP CUỐI NĂM

## I – Câu hỏi

1. Định nghĩa sự đơn điệu (đồng biến, nghịch biến) của một hàm số trên một khoảng.
2. Phát biểu các điều kiện cần và đủ để hàm số  $f(x)$  đơn điệu trên một khoảng.
3. Phát biểu các điều kiện đủ để hàm số  $f(x)$  có cực trị (cực đại, cực tiểu) tại điểm  $x_0$ .
4. Nêu sơ đồ khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
5. Nêu định nghĩa và các tính chất cơ bản của lôgarit.
6. Phát biểu các định lý về quy tắc tính lôgarit, công thức đổi cơ số của lôgarit.
7. Nêu tính chất của hàm số mũ, hàm số lôgarit, mối liên hệ giữa đồ thị các hàm số mũ và hàm số lôgarit cùng cơ số.
8. Nêu định nghĩa và các phương pháp tính nguyên hàm.
9. Nêu định nghĩa và các phương pháp tính tích phân.
10. Nhắc lại các định nghĩa số phức, số phức liên hợp, môđun của số phức. Biểu diễn hình học của số phức.

## II – Bài tập

1. Cho hàm số  $f(x) = ax^2 - 2(a + 1)x + a + 2$  ( $a \neq 0$ ).
  - a) Chứng tỏ rằng phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thực. Tính các nghiệm đó.
  - b) Tính tổng  $S$  và tích  $P$  của các nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$ . Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của  $S$  và  $P$  theo  $a$ .
2. Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + (a + 3)x - 4$ .
  - a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $C$ ) của hàm số khi  $a = 0$ .
  - b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi ( $C$ ) và các đường thẳng  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .

3. Cho hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ .
- Tìm  $a$  và  $b$  để đồ thị của hàm số đi qua hai điểm  $A(1; 2)$  và  $B(-2; -1)$ .
  - Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số ứng với các giá trị tìm được của  $a$  và  $b$ .
  - Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  và đồ thị  $(C)$  xung quanh trục hoành.
4. Xét chuyển động thẳng xác định bởi phương trình

$$s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{t^2}{2} - 3t,$$

trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $s$  được tính bằng mét.

- Tính  $v(2)$ ,  $a(2)$ , biết  $v(t)$ ,  $a(t)$  lần lượt là vận tốc, gia tốc của chuyển động đã cho.
  - Tìm thời điểm  $t$  mà tại đó vận tốc bằng 0.
5. Cho hàm số  $y = x^4 + ax^2 + b$ .

a) Tính  $a$ ,  $b$  để hàm số có cực trị bằng  $\frac{3}{2}$  khi  $x = 1$ .

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số đã cho khi  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 1$ .

c) Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại các điểm có tung độ bằng 1.

6. Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+m-1}$ .

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số khi  $m = 2$ .

b) Viết phương trình tiếp tuyến  $d$  của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M$  có hoành độ  $a \neq -1$ .

7. Cho hàm số  $y = \frac{2}{2-x}$ .

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số đã cho.

b) Tìm các giao điểm của  $(C)$  và đồ thị của hàm số  $y = x^2 + 1$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại mỗi giao điểm.

c) Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng  $H$  giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  và các đường thẳng  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  xung quanh trục  $Ox$ .

8. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

a)  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  trên đoạn  $\left[-2; \frac{5}{2}\right]$ ;

b)  $f(x) = x^2 \ln x$  trên đoạn  $[1; e]$ ;

c)  $f(x) = xe^{-x}$  trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$ ;

d)  $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$  trên đoạn  $\left[0; \frac{3}{2}\pi\right]$ .

9. Giải các phương trình sau :

a)  $13^{2x+1} - 13^x - 12 = 0$  ;

b)  $(3^x + 2^x)(3^x + 3 \cdot 2^x) = 8 \cdot 6^x$  ;

c)  $\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \cdot \log_3(x-2)$  ;

d)  $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 = 0$ .

10. Giải các bất phương trình sau :

a)  $\frac{2^x}{3^x - 2^x} \leq 2$  ;

b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$  ;

c)  $\log^2 x + 3\log x \geq 4$  ;

d)  $\frac{1 - \log_4 x}{1 + \log_2 x} \leq \frac{1}{4}$ .

11. Tính các tích phân sau bằng phương pháp tính tích phân từng phần :

a)  $\int_1^{e^4} \sqrt{x} \ln x dx$  ;

b)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{\sin^2 x}$  ;

c)  $\int_0^{\pi} (\pi - x) \sin x dx$  ;

d)  $\int_{-1}^0 (2x + 3)e^{-x} dx$ .

12. Tính các tích phân sau bằng phương pháp đổi biến số :

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{24}} \tan\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) dx$  (đặt  $u = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$ ) ;

$$b) \int_{\frac{\sqrt{3}}{5}}^{\frac{3}{5}} \frac{dx}{9 + 25x^2} \text{ (đặt } x = \frac{3}{5} \tan t \text{)} ;$$

$$c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^4 x dx \text{ (đặt } u = \cos x \text{)} ;$$

$$d) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1 + \tan x}}{\cos^2 x} dx \text{ (đặt } u = \sqrt{1 + \tan x} \text{)}.$$

13. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường :

a)  $y = x^2 + 1$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  và trục hoành ;

b)  $y = \ln x$ ,  $x = \frac{1}{e}$ ,  $x = e$  và trục hoành. .

14. Tìm thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$  và  $y = x^3$  xung quanh trục  $Ox$ .

15. Giải các phương trình sau trên tập số phức :

a)  $(3 + 2i)z - (4 + 7i) = 2 - 5i$  ;

b)  $(7 - 3i)z + (2 + 3i) = (5 - 4i)z$  ;

c)  $z^2 - 2z + 13 = 0$  ;

d)  $z^4 - z^2 - 6 = 0$ .

16. Trên mặt phẳng tọa độ, hãy tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn bất đẳng thức :

a)  $|z| < 2$  ;

b)  $|z - i| \leq 1$  ;

c)  $|z - 1 - i| < 1$ .