

## B. LỜI GIẢI – CHỈ DẪN – ĐÁP SỐ

### §1. Một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông

Các định lí 1, 2, 3 được sử dụng để giải bài tập trong mục này thuộc §1 chương I, phần Hình học, SGK Toán 9, tập một.

1. a) *Hướng dẫn* : Dùng định lí Py-ta-go để tính  $x + y$ , sau đó dùng định lí 1 để tính  $x$  và  $y$ .

$$\text{Đáp số : } x = \frac{25}{\sqrt{74}} ; y = \frac{49}{\sqrt{74}}.$$

b) *Hướng dẫn* : Trước hết tính  $y$  nhờ định lí 1, sau đó tính  $x$  ( $x = 16 - y$ ).

$$\text{Đáp số : } y = 12,25 ; x = 3,75.$$

2. a) Áp dụng định lí 1.

$$x^2 = 2(2 + 6) = 16 \Rightarrow x = 4.$$

$$y^2 = 6(2 + 6) = 48 \Rightarrow y = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}.$$

b) Áp dụng định lí 2 ta có  $x = 4$ .

3. a) Áp dụng định lí Py-ta-go tính  $y$ , sau đó áp dụng định lí 3 tính  $x$ .

$$x = \frac{63}{\sqrt{130}} ; y = \sqrt{130}.$$

b) Trong tam giác vuông, trung tuyến thuộc cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền, do đó  $x = 5$ .

Áp dụng định lí Py-ta-go, ta có  $y = 5\sqrt{2}$ .

4. a) *Hướng dẫn* : Dùng định lí 2 để tính  $x$ , sau đó tính  $y$  bằng định lí Py-ta-go hay định lí 1.

$$\text{Đáp số : } x = 4,5 ; y = \sqrt{29,25}.$$

b) *Hướng dẫn* :  $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{15}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow AC = 20$ . Biết  $AB$ ,  $AC$ , dùng

định lí Py-ta-go để tính  $y$ , sau đó áp dụng định lí 3 để tính  $x$ .

$$\text{Đáp số : } y = 25 ; x = 12.$$

5. a) *Hướng dẫn : Cách 1* : Trước tiên dùng định lí Py-ta-go để tính AB, sau đó dùng định lí 1 tính BC. Từ đó suy ra CH (= BC – HB). Cuối cùng dùng định lí 1 hoặc định lí Py-ta-go để tính AC.

*Cách 2* : Cũng có thể tính trước CH nhờ định lí 2, sau đó tính BC, rồi tính AB, AC nhờ định lí 1.

*Đáp số* :  $AB = \sqrt{881} \approx 29,68$  ;  $BC = 35,24$  ;

$CH = 10,24$  ;  $AC \approx 18,99$ .

- b) *Hướng dẫn : Cách 1* : Dùng định lí 1 tính BC, từ đó suy ra CH (= BC – HB). Dùng định lí 2 để tính AH. Cuối cùng dùng định lí 1 để tính AC.

*Cách 2* : Cũng có thể dùng định lí Py-ta-go để tính ngay AH. Sau đó dùng định lí 2 để tính CH từ đó suy ra BC và cuối cùng tính AC nhờ định lí 1 hoặc định lí Py-ta-go.

*Đáp số* :  $BC = 24$  ;  $CH = 18$  ;

$AH = \sqrt{108} \approx 10,39$  ;  $AC = \sqrt{432} \approx 20,78$ .

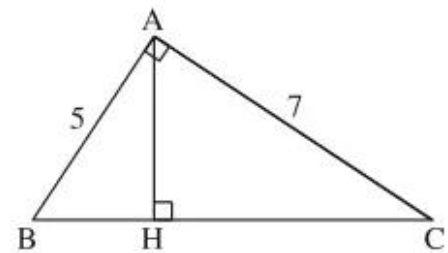
6. (h.35)

$$BC = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74} ;$$

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{35}{\sqrt{74}} ;$$

$$BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{25}{\sqrt{74}} ;$$

$$CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{49}{\sqrt{74}} .$$

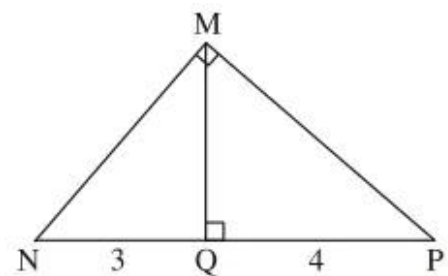


Hình 35

7. (h.36)

$$MN^2 = NQ \cdot NP = 3 \cdot 7 = 21 \Rightarrow MN = \sqrt{21} ;$$

$$MP^2 = PQ \cdot NP = 4 \cdot 7 = 28 \Rightarrow MP = \sqrt{28} .$$



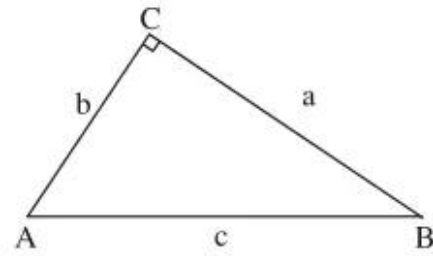
Hình 36

8. (h.37) Giả sử tam giác vuông có các cạnh góc vuông là  $a$ ,  $b$  và cạnh huyền là  $c$ . Giả sử  $c$  lớn hơn  $a$  là 1cm. Ta có hệ thức

$$c - 1 = a; \quad (1)$$

$$a + b - c = 4; \quad (2)$$

$$a^2 + b^2 = c^2. \quad (3)$$



Hình 37

Từ (1) và (2) suy ra  $c - 1 + b - c = 4$  hay  $b = 5$ .

Thay  $a = c - 1$  và  $b = 5$  vào (3) ta có  $(c - 1)^2 + 5^2 = c^2$ .

Suy ra  $-2c + 1 + 25 = 0$ .

Do đó,  $c = 13$  và  $a = 12$ .

Đáp số :  $a = 12\text{cm}$  ;  $b = 5\text{cm}$  ;  $c = 13\text{cm}$ .

9. (h.38)

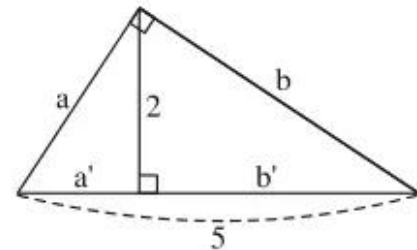
Ta có các hệ thức sau

$$a' + b' = 5; \quad (1)$$

$$a' \cdot b' = 2^2. \quad (2)$$

Giả sử  $a' < b'$ . Từ (1) và (2) suy ra  $a' = 1$  ;  $b' = 4$ . Cạnh nhỏ nhất của tam giác vuông đã cho là cạnh  $a$  (có hình chiếu trên cạnh huyền là  $a'$ ), ta có

$$a^2 = 5a' = 5 \cdot 1, \text{ suy ra } a = \sqrt{5}.$$



Hình 38

10. *Hướng dẫn* : Tỷ số giữa hai cạnh góc vuông là 3 : 4, nghĩa là : Nếu một cạnh có độ dài là  $3a$  thì cạnh kia có độ dài là  $4a$ . Tìm  $a$  từ hệ thức

$$(3a)^2 + (4a)^2 = 125^2 \quad (a = 25).$$

Từ đó biết hai cạnh góc vuông là 75 và 100. Trở lại bài toán : Biết ba cạnh của một tam giác vuông. Tìm hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền. Áp dụng định lí 1.

Đáp số : 75cm ; 100cm ; 45cm ; 80cm.

11. (h.39)

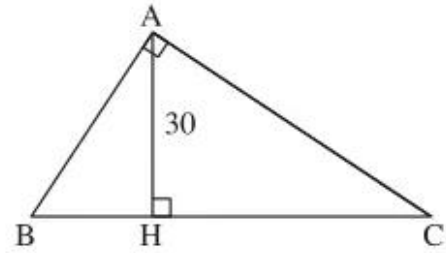
$$\Delta ABH \sim \Delta CAH \Rightarrow \frac{AB}{CA} = \frac{AH}{CH}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{30}{CH} \Rightarrow CH = 36.$$

Mặt khác,  $BH \cdot CH = AH^2$

$$\Rightarrow BH = \frac{AH^2}{CH} = \frac{30^2}{36} = 25.$$

Đáp số :  $HB = 25\text{cm}$  ;  $HC = 36\text{cm}$ .



Hình 39

12. Vì A, B cùng cách mặt đất 230km nên tam giác OAB cân tại O. Mặt khác, khoảng cách AB bằng 2200km và bán kính Trái Đất gần bằng 6370km, nên ta có

$$OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = \sqrt{42350000} \approx 6508 > 6370.$$

Vậy hai vệ tinh đó nhìn thấy nhau.

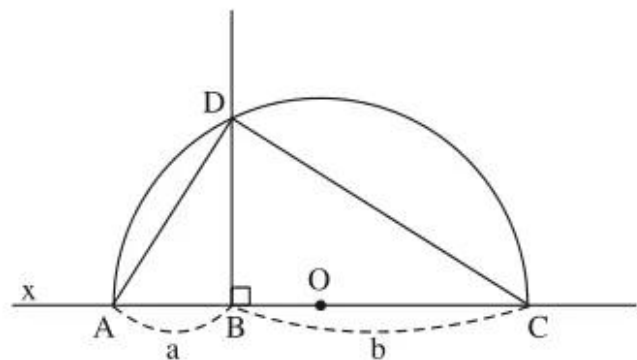
13. a) Dựng tam giác vuông với hai cạnh góc vuông bằng a và b. Khi đó, cạnh huyền của tam giác này có độ dài  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .

b) Dựng tam giác vuông có cạnh huyền là a, một cạnh góc vuông là b.

Khi đó cạnh góc vuông kia có độ dài  $\sqrt{a^2 - b^2}$ .

14. (h.40).

Trên đường thẳng x lấy ba điểm liên tiếp A, B, C sao cho  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Vẽ nửa đường tròn đường kính AC. Từ B kẻ đường vuông góc với AC ; đường vuông góc này cắt nửa đường tròn tại D. Khi đó, đoạn thẳng DB có độ dài  $\sqrt{ab}$ .



Hình 40

Lưu ý : Vì D nằm trên đường tròn đường kính AC nên :

$$OA = OC = OD = \frac{AC}{2}.$$

Tam giác ACD có đường trung tuyến OD ứng với cạnh AC bằng một nửa cạnh AC nên là tam giác vuông tại D.

15. *Đáp số* : Độ dài băng chuyền gần bằng 10,8m.

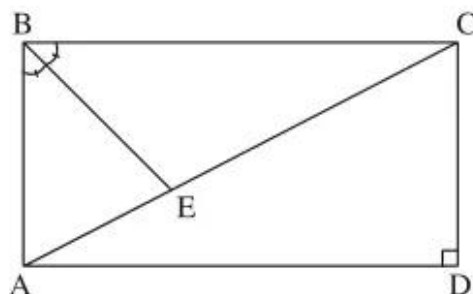
16. Vì  $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$

nên tam giác đã cho là tam giác vuông và góc đối diện với cạnh có độ dài 13 chính là góc vuông.

17. (h.41)

*Cách 1* : Trong tam giác ABC, gọi đường phân giác của góc B là BE. Theo tính chất đường phân giác trong của một tam giác, ta có :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{CE}{CB} \quad \text{hay} \quad \frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CB}. \quad (1)$$



Hình 41

Thay giá trị của AE, CE vào (1) ta có

$$\frac{4\frac{2}{7}}{5\frac{5}{7}} = \frac{AB}{CB} \quad \text{hay} \quad \frac{AB}{CB} = \frac{3}{4}. \quad (2)$$

Biến đổi (2) bằng cách bình phương hai vế, ta có

$$\frac{AB^2}{CB^2} = \frac{9}{16}. \quad (3)$$

Từ (3) suy ra

$$\frac{AB^2 + CB^2}{CB^2} = \frac{9 + 16}{16} \quad \text{hay} \quad \frac{AC^2}{CB^2} = \frac{5^2}{4^2}. \quad (4)$$

Từ (4) suy ra

$$\frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}. \quad (5)$$

Mặt khác, ta có

$$AC = AE + EC = 4\frac{2}{7} + 5\frac{5}{7} = 10.$$

Thay giá trị của AC vào (5) ta tìm được

$$BC = 8.$$

Thay giá trị của BC vào (2) ta tìm được

$$AB = \frac{3BC}{4} = \frac{3 \cdot 8}{4} = 6.$$

Vậy các kích thước của hình chữ nhật là 6m ; 8m.

Cách 2 : Làm tương tự như trong cách 1, tính được  $AB = \frac{3}{4}CB$ .

Trong tam giác vuông ABC, ta có

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{hay } \frac{9}{16}BC^2 + BC^2 = (AE + EC)^2 = 100.$$

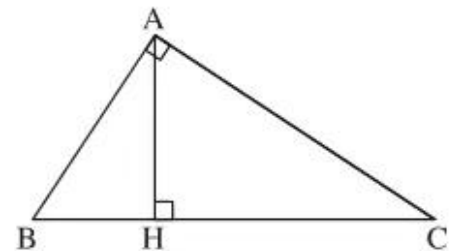
Từ đó suy ra  $BC^2 = 64$ .

18. (h.42)

Gọi  $P_1, P_2, P_3$  lần lượt là chu vi của tam giác AHB, CHA và CAB.

$\triangle AHB \sim \triangle CHA$  suy ra

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{AB}{CA}. \quad (1)$$



Hình 42

Từ (1), ta có :

$$\begin{aligned} \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} &\Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} \\ \Rightarrow \frac{AB^2}{3^2} = \frac{AC^2}{4^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{3^2 + 4^2} = \frac{BC^2}{5^2} \\ \Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5} &\Rightarrow AB : AC : BC = 3 : 4 : 5. \end{aligned}$$

Mặt khác  $\triangle AHB \sim \triangle CHA \sim \triangle CAB$ , suy ra

$$P_1 : P_2 : P_3 = AB : AC : BC = 3 : 4 : 5.$$

Vậy nếu  $P_1 = 30\text{cm}$ ,  $P_2 = 40\text{cm}$  thì  $P_3 = 50\text{cm}$ .

19. (h.43)

Trong tam giác vuông ABC, AB = 6, AC = 8, suy ra BC = 10 (định lí Py-ta-go).

Với đường phân giác BM, ta có

$$\frac{AM}{AB} = \frac{CM}{CB}$$

hay  $\frac{AM}{CM} = \frac{AB}{CB}$ .

Suy ra  $\frac{AM}{AM + CM} = \frac{AB}{AB + CB}$

hay  $\frac{AM}{8} = \frac{6}{16}$ .

Suy ra  $AM = \frac{6 \cdot 8}{16} = 3$ .

Xét tam giác BMN. Do BM và BN lần lượt là đường phân giác trong và đường phân giác ngoài tại đỉnh B của tam giác ABC nên  $BM \perp BN$ . Vậy tam giác BMN vuông tại B.

Với đường cao BA ứng với cạnh huyền MN ta có

$$BA^2 = AM \cdot AN.$$

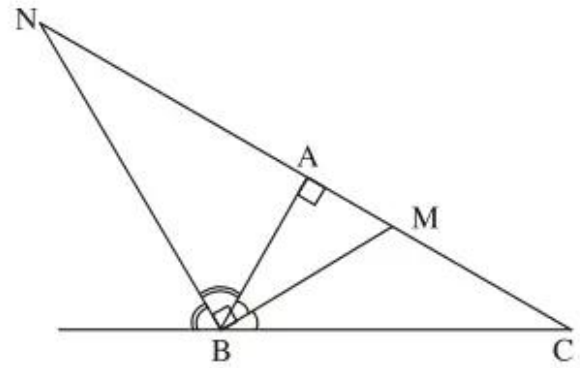
Suy ra

$$AN = BA^2 : AM = 6^2 : 3 = 12.$$

Đáp số : AM = 3cm ; AN = 12cm.

20. *Hướng dẫn* : Đặt các đoạn thẳng trong đẳng thức cần chứng minh vào các tam giác vuông thích hợp, rồi áp dụng định lí Py-ta-go để chứng minh. Chẳng hạn :

$BD^2 = BM^2 - MD^2, \dots$  Lưu ý hoán vị các số hạng của tổng một cách thích hợp.



Hình 43

### Bài tập bổ sung

1.1. *Hướng dẫn* :  $\Delta ABC \sim \Delta HAC$  nên  $\frac{3}{4} = \frac{AB}{AC} = \frac{HA}{HC}$ ,

suy ra  $HC = \frac{4}{3}HA = 12$ . Chọn (C).

1.2. *Hướng dẫn* :  $\Delta ABC \sim \Delta HBA$  nên  $\frac{4}{5} = \frac{AB}{AC} = \frac{HB}{HA}$

suy ra  $HB = \frac{4}{5}HA = \frac{48}{5} = 9,6$ . Chọn (B).

1.3. *Hướng dẫn* :

a)  $h^2 = b'c'$  kéo theo  $h = 48$  ;  $a = b' + c' = 100$  từ  $b^2 = ab'$  suy ra  $b = 60$ ,  
từ  $c^2 = ac'$  suy ra  $c = 80$ .

b)  $c' = \frac{c^2}{a} = 4$ ,  $b' = a - c' = 5$ ,  $b^2 = ab' = 45$  nên  $b = 3\sqrt{5}$  ;  $h^2 = b'c' = 20$ ,  
nên  $h = 2\sqrt{5}$ .

1.4. Từ  $b^2 = ab'$ ,  $c^2 = ac'$  suy ra  $b' = \frac{b^2}{a}$ ,  $c' = \frac{c^2}{a}$ .

1.5. a) Hai cách :

*Cách 1.* Dùng công thức tính diện tích tam giác vuông ABC :

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}bc \text{ suy ra } h = \frac{bc}{a}.$$

*Cách 2.* Dùng tam giác đồng dạng :  $\Delta ABC \sim \Delta HBA$  suy ra  $\frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA}$

tức là  $\frac{b}{h} = \frac{a}{c}$ , vậy  $h = \frac{bc}{a}$ .

b) Từ  $b^2 = ab'$ ,  $c^2 = ac'$  suy ra  $\frac{b^2}{c^2} = \frac{b'}{c'}$ .

1.6. Xét tam giác ABC vuông tại A với  $AB > AC$ , gọi AH là đường cao kẻ từ A thì ta có :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{6}{5}, HB = 9. \text{ Từ đó } \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH} = \frac{9}{BC - 9} = \frac{36}{25} \text{ nên } BC - 9 = \frac{25}{4},$$

suy ra  $BC = \frac{61}{4} = 15\frac{1}{4}$  (cm).



1.7. Xét tam giác ABC có AB = 5cm, AC = 12cm, BC = 13cm.

Vì  $13^2 = 5^2 + 12^2$  nên  $\Delta ABC$  là tam giác vuông tại A. Gọi AH là

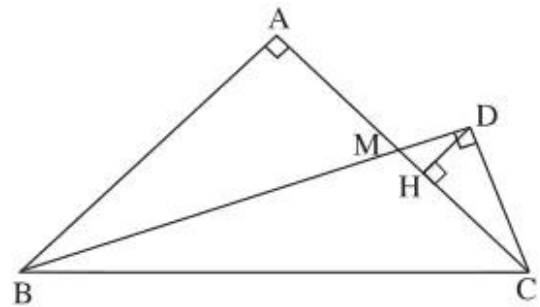
đường cao kẻ từ A thì  $HB = \frac{AB^2}{BC} = \frac{25}{13}$  (cm),  $HC = 13 - \frac{25}{13} = \frac{144}{13}$  (cm).

1.8.  $AH^2 = HB \cdot HC = 12^2 = 144$  mà  $HC = 3HB$  nên  $HB^2 = \frac{12^2}{3} = 48$ , suy ra

$HB = 4\sqrt{3}$ ,  $HC = 12\sqrt{3}$  và  $BC = HB + HC = 16\sqrt{3}$  (cm).

1.9. (h. bs. 6). a) Hai tam giác vuông HCD và DCM đồng dạng (có cùng góc nhọn tại C) mà  $\Delta DCM \sim \Delta ABM$  (vì là hai tam giác vuông có  $\widehat{DMC} = \widehat{AMB}$ ), vậy  $\Delta HCD \sim \Delta ABM$ . Khẳng định a) là đúng.

b) Theo câu a), từ  $AB = 2AM$ , suy ra  $HC = 2HD$ . Ta có  $HC < MC$  (H là chân đường cao hạ từ D của tam giác DCM vuông tại D) nên  $HC = 2HD < MC = AM < AH$  (do M nằm giữa A và H), vì thế  $2HD$  không thể bằng  $AH$ . Khẳng định b) là sai.



Hình bs. 6

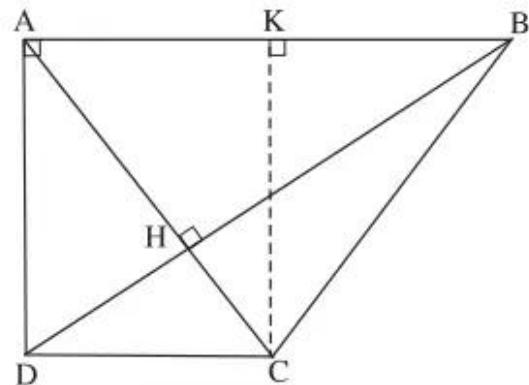
1.10. (h.bs. 7) Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại H. Trong tam giác vuông ABD, ta có

$$\frac{HD}{HB} = \frac{AD^2}{AB^2} = \frac{4^2}{6^2} = \frac{4}{9}.$$

Để thấy  $\Delta HDC \sim \Delta HBA$  nên

$$\frac{DC}{AB} = \frac{HD}{HB} = \frac{4}{9} \text{ suy ra}$$

$$DC = \frac{4}{9} \cdot 6 = \frac{8}{3} \text{ (cm).}$$



Hình bs. 7

Kẻ đường cao CK của tam giác ABC, dễ thấy  $KB = AB - DC = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$ .

$$\text{Từ đó } BC^2 = KB^2 + KC^2 = KB^2 + AD^2 = \frac{100}{9} + 16 = \frac{244}{9}$$

$$\text{suy ra } BC = \frac{\sqrt{244}}{3} = \frac{2\sqrt{61}}{3} \text{ (cm).}$$

Tam giác vuông ABD có  $DB^2 = AB^2 + AD^2 = 6^2 + 4^2 = 52$ , từ đó  $DB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$  (cm).