§2. Đường kính và dây của đường tròn

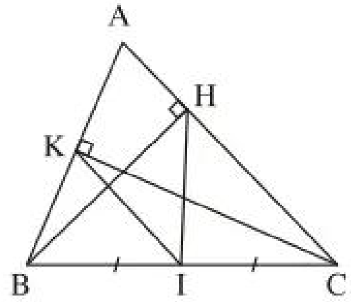
15. (h.90)

a) Gọi I là trung điểm của BC.

Áp dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền đối với tam giác vuông BKC, BHC ta được :

$$KI = \frac{1}{2}BC,\ HI = \frac{1}{2}BC.$$

Suy ra IB = IK = IH = IC. Vậy bốn điểm B, K, H, C cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính IB.



Hình 90

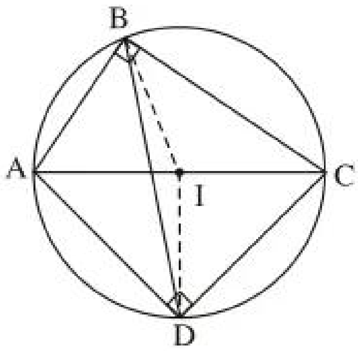
b) Trong đường tròn (I) nói trên, HK là dây, BC là đường kính nên HK < BC (chú ý : không xảy ra HK = BC).

16. (h.91)

a) Gọi I là trung điểm của AC. Ta có BI, DI lần lượt là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông ABC, ADC nên BI = AI = CI = DI, chứng tỏ rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn (I ; IA).

b) BD là dây của đường tròn (I), còn AC là đường kính nên AC ≥ BD.

AC = BD khi và chỉ khi BD cũng là đường kính, khi đó ABCD là hình chữ nhật.



Hình 91

17. (h.92)

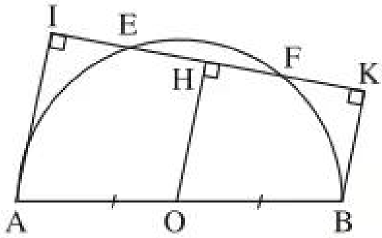
Kẻ OH ⊥ EF. Hình thang AIKB có AO = OB và OH // AI // BK nên

HI = HK. (1)

OH là phần đường kính vuông góc với dây EF nên

HE = HF. (2)

Từ (1) và (2) suy ra IE = KF.



Hình 92

18. (h.93)

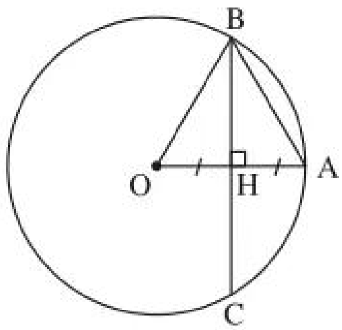
Gọi trung điểm của OA là H. Vì OH = HA và BH ⊥ OA nên AB = OB. Ta có

AB = OB = OA nên tam giác AOB là tam giác đều.

Vậy $\widehat{O} = 60^o$.

$BH = BO.\sin 60^o = 3.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$BC = 2BH = 3\sqrt{3}$ (cm).

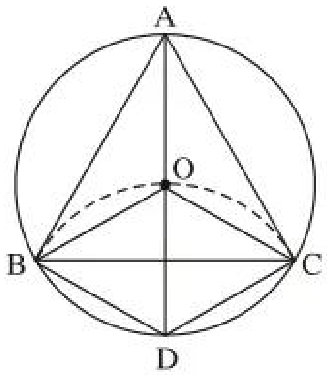


Hình 93

19. (h.94)

a) Tứ giác OBDC có bốn cạnh đều bằng R nên là hình thoi.

b) Tam giác OBD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra $\widehat{OBD} = 60^o$.



Hình 94

BC là đường chéo của hình thoi nên là đường phân giác của góc OBD, suy ra

$$\widehat{CBD} = \widehat{CBO} = 30^o.$$

Tam giác ABD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $\widehat{ABD} = 90^o$, suy ra

$$\widehat{OBA} = 30^o.$$

c) Tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 60^o$, tương tự $\widehat{ACB} = 60^o$ nên là tam giác đều.

20. a) (h.95a)

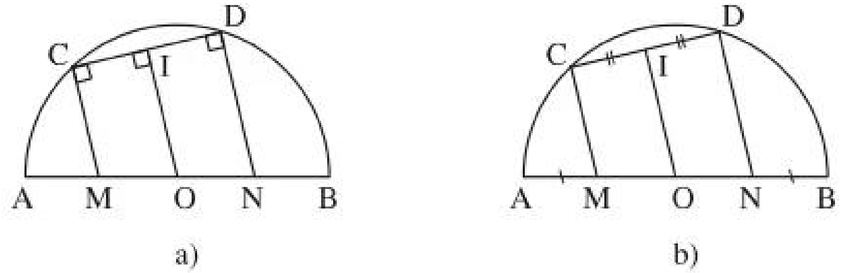
Kẻ OI ⊥ CD. Ta có IC = ID.

Hình thang CDNM có CI = ID, IO // CM // DN nên OM = ON. Suy ra AM = BN.

b) (h.95b) Gọi I là trung điểm của CD.

Hình thang MCDN có OI là đường trung bình nên OI // MC // ND.

Ta lại có OI ⊥ CD nên MC ⊥ CD, ND ⊥ CD.



Hình 95

21. (h.96)

Kẻ OM ⊥ CD, OM cắt AK tại N. Theo tính chất đường kính vuông góc với dây, ta có

$$MC = MD. \qquad (1)$$

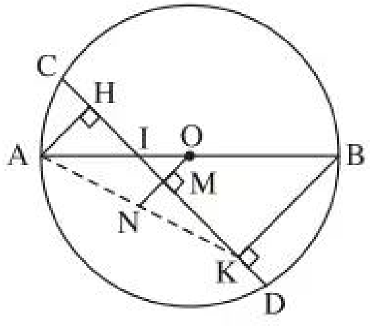
Tam giác AKB có AO = OB, ON // BK nên AN = NK.

Tam giác AHK có AN = NK, NM // AH nên

$$MH = MK. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

MC – MH = MD – MK, tức là CH = DK.



Hình 96

22. (h.97)

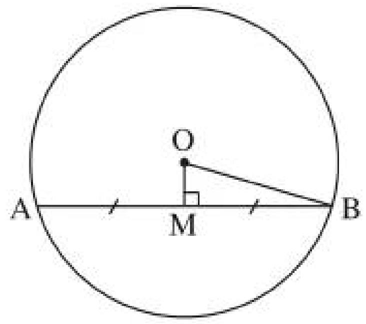
a) Dựng dây AB vuông góc với OM tại M.

b) Trong tam giác OMB vuông tại M :

$MB^2 = OB^2 - OM^2 = 5^2 - 1,4^2 = 23,04$

$\Rightarrow MB = 4,8$ (cm).

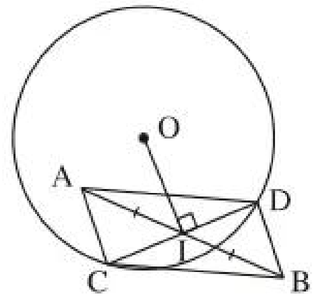
Do đó AB = 9,6cm.



Hình 97

23. (h.98)

Tứ giác ACBD có các đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành.



Hình 98

Bài tập bổ sung

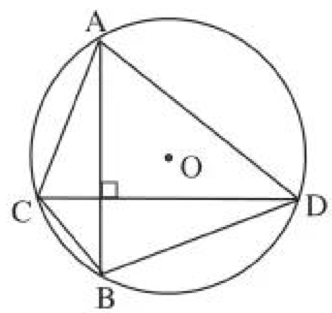
2.1. Chọn (C).

2.2. (h.bs.26). Ta có AB ≤ 4cm,

CD ≤ 4 cm. Do AB ⊥ CD nên

$$S_{ACBD} = \frac{1}{2}AB.CD \le \frac{1}{2}.4.4 = 8\,(cm^2).$$

Giá trị lớn nhất của S_{ACBD} bằng 8 cm^2 khi AB và CD đều là đường kính của đường tròn.

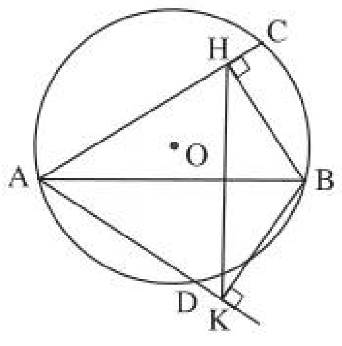


Hình bs. 26

2.3. (h.bs.27)

a) Bốn điểm A, H, B, K cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

b) Ta có HK ≤ AB < 2R.



Hình bs. 27