

§2. Hàm số bậc nhất

6. a) $y = 3 - 0,5x$ là hàm số bậc nhất, có hệ số $a = -0,5$, $b = 3$.

Đây là hàm số nghịch biến vì $a = -0,5 < 0$.

- b) $y = -1,5x$ là hàm số bậc nhất, có hệ số $a = -1,5$, $b = 0$.

Đây là hàm số nghịch biến vì $a = -1,5 < 0$.

- c) $y = 5 - 2x^2$ không phải là hàm số bậc nhất.

- d) $y = (\sqrt{2} - 1)x + 1$ là hàm số bậc nhất, có hệ số $a = \sqrt{2} - 1$, $b = 1$.

Đây là hàm số đồng biến vì $a = \sqrt{2} - 1 > 0$.

- e) $y = \sqrt{3}(x - \sqrt{2}) = \sqrt{3}x - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3}x - \sqrt{6}$ là hàm số bậc nhất, có hệ số $a = \sqrt{3}$; $b = -\sqrt{6}$.

Đây là hàm số đồng biến vì $a = \sqrt{3} > 0$.

- f) Từ $y + \sqrt{2} = x - \sqrt{3}$ suy ra $y = x - (\sqrt{3} + \sqrt{2})$, do đó y là hàm số bậc nhất đối với x , có hệ số $a = 1$, $b = -(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Đây là hàm số đồng biến vì $a = 1 > 0$.

7. Hàm số $y = (m + 1)x + 5$ là hàm số bậc nhất, có hệ số $a = m + 1$.

a) Hàm số đồng biến khi $a = m + 1 > 0$ hay $m > -1$.

b) Hàm số nghịch biến khi $a = m + 1 < 0$ hay $m < -1$.

Chú ý : Khi $m = -1$ thì $y = 0x + 5$. Giá trị của y không thay đổi với mọi giá trị của x và luôn luôn có giá trị bằng 5. Trong trường hợp này, ta nói y là một hàm hằng.

8. Xét hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x + 1$.

Đây là hàm số bậc nhất, có hệ số $a = 3 - \sqrt{2}$, $b = 1$.

a) Hàm số đã cho là hàm số đồng biến trên \mathbf{R} , vì có hệ số $a = 3 - \sqrt{2} > 0$.

b) $x = 0$, $y = 1$.

$$x = 1, y = (3 - \sqrt{2}) \cdot 1 + 1 = 4 - \sqrt{2}.$$

$$x = \sqrt{2}, y = (3 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} + 1 = 3\sqrt{2} - 1.$$

$$x = 3 + \sqrt{2}, y = (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) + 1 = 8.$$

$$x = 3 - \sqrt{2}, y = (3 - \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) + 1 = 12 - 6\sqrt{2}.$$

c) • Với $y = 0$, ta có :

$$(3 - \sqrt{2})x + 1 = 0 \Rightarrow (3 - \sqrt{2})x = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1}{3 - \sqrt{2}} = \frac{-1(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{-(3 + \sqrt{2})}{7}.$$

• Với $y = 1$, ta có :

$$(3 - \sqrt{2})x + 1 = 1 \Rightarrow (3 - \sqrt{2})x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (vì } 3 - \sqrt{2} \neq 0 \text{)}.$$

• Với $y = 8$, ta có :

$$(3 - \sqrt{2})x + 1 = 8 \Rightarrow x = \frac{7}{3 - \sqrt{2}} = \frac{7(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = 3 + \sqrt{2}.$$

- Với $y = 2 + \sqrt{2}$, ta có :

$$(3 - \sqrt{2})x + 1 = 2 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = \frac{(1 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{5 + 4\sqrt{2}}{7}.$$

- Với $y = 2 - \sqrt{2}$, ta có :

$$(3 - \sqrt{2})x + 1 = 2 - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = \frac{(1 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{1 - 2\sqrt{2}}{7}.$$

9. Hình chữ nhật ban đầu ABCD có kích thước là $AB = 40\text{cm}$, $AD = 25\text{cm}$. Sau khi tăng mỗi kích thước của hình chữ nhật thêm $x\text{ cm}$, ta được hình chữ nhật mới có các kích thước là

$$AB' = (40 + x)\text{ cm và } AD' = (25 + x)\text{ cm (h.11)}.$$

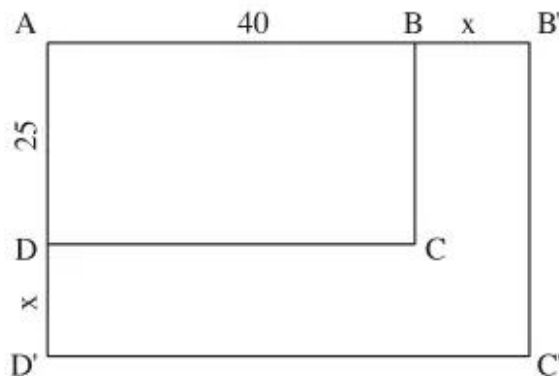
a) Ta có :

$$S = (40 + x)(25 + x) \\ = 1000 + 65x + x^2 ; \quad (1)$$

$$P = 2(40 + x) + 2(25 + x) \\ = 4x + 130. \quad (2)$$

S không phải là hàm số bậc nhất đối với x vì không có dạng $ax + b$.

P là hàm số bậc nhất đối với x với hệ số $a = 4$, $b = 130$.



Hình 11

b) Tính giá trị tương ứng của P theo giá trị của x , ta có bảng sau :

x	0	1	1,5	2,5	3,5
$P = 4x + 130$	130	134	136	140	144

10. Xét hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) trên tập hợp số thực \mathbf{R} .

- Xét trường hợp $a > 0$

Giả sử x_1, x_2 là hai giá trị bất kì của x thuộc \mathbf{R} và $x_1 < x_2$. Khi đó ta có :

$$y_1 - y_2 = (ax_1 + b) - (ax_2 + b) = a(x_1 - x_2).$$

Từ giả thiết $x_1 < x_2$, suy ra $x_1 - x_2 < 0$. Từ đó suy ra $y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2) < 0$.

Vậy, với $a > 0$, hàm số $y = ax + b$ là hàm số đồng biến.

• Xét trường hợp $a < 0$

Với hai giá trị x_1, x_2 bất kì thuộc \mathbf{R} và giả sử $x_1 < x_2$, lập luận tương tự như trên ta có :

$$y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2) > 0 \text{ hay } y_1 > y_2.$$

Vậy, với $a < 0$, hàm số $y = ax + b$ là hàm số nghịch biến.

11. Ta có

a) Hàm số $y = \sqrt{m-3}x + \frac{2}{3}$ là hàm số bậc nhất khi hệ số của x là $\sqrt{m-3} \neq 0$.

$$\sqrt{m-3} \neq 0 \text{ khi } m-3 > 0 \text{ hay } m > 3.$$

Vậy, khi $m > 3$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

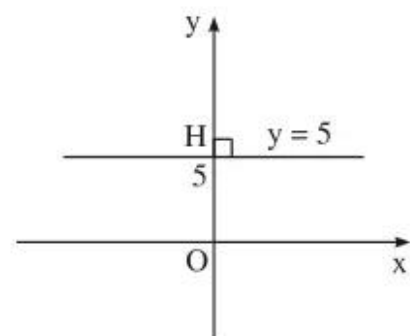
b) $S = \frac{1}{m+2}t - \frac{3}{4}$ là hàm số bậc nhất đối với biến số t chỉ khi hệ số

$$\frac{1}{m+2} \neq 0.$$

$$\frac{1}{m+2} \neq 0 \text{ khi } m+2 \neq 0 \text{ hay } m \neq -2.$$

Vậy, khi $m \neq -2$ thì S là hàm số bậc nhất của t .

12. a) Các điểm trên mặt phẳng tọa độ có tung độ bằng 5 là các điểm $M(x; 5)$. Vì hình chiếu vuông góc của các điểm $M(x; 5)$ trên trục Oy là điểm H có tung độ bằng 5 nên tập hợp các điểm $M(x; 5)$ là đường thẳng vuông góc với trục Oy tại điểm H có tung độ bằng 5. Nói cách khác, tập hợp các điểm $M(x; 5)$ là đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục tung tại điểm H có tung độ bằng 5 (h.12).



Hình 12

Phương trình của đường thẳng là $y = 5$ (hay $y = 0.x + 5$).

b) Tương tự như trên, ta có :

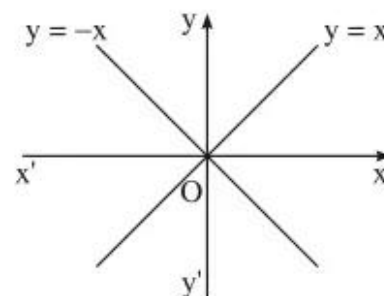
Tập hợp các điểm có hoành độ bằng 2, tung độ tùy ý là đường thẳng song song với trục Oy và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Phương trình của đường thẳng là $x = 2$.

c) Tập hợp các điểm có tung độ bằng 0 là trục hoành Ox , có phương trình là $y = 0$.

d) Tập hợp các điểm có hoành độ bằng 0 là trục tung Oy , có phương trình là $x = 0$.

e) Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ có hoành độ bằng tung độ chính là tập hợp các điểm $M(x ; y)$ trong đó $x = y$. Vì x, y cùng dấu nên $M(x ; y)$ thuộc góc phần tư thứ I và thứ III. Mặt khác $|x| = |y|$ nên $M(x ; y)$ cách đều Ox và Oy .



Hình 13

Vậy tập hợp các điểm có hoành độ bằng tung độ là đường thẳng $y = x$ chứa tia phân giác của góc xOy (h.13).

f) Tương tự như câu e), tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ đối nhau là đường thẳng $y = -x$ chứa tia phân giác của góc yOx' (góc phần tư thứ II và thứ IV) (h.13).

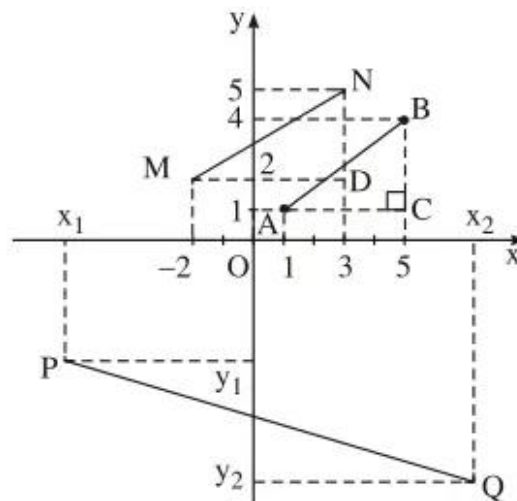
13. (h.14)

$$\begin{aligned} \text{a) } AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{(5-1)^2 + (4-1)^2} = 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } MN &= \sqrt{MD^2 + ND^2} \\ &= \sqrt{(3+2)^2 + (5-2)^2} \approx 5,83. \end{aligned}$$

c) Tổng quát ta có :

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$



Hình 14

Bài tập bổ sung

2.1. (D).

2.2. (B).

2.3. (B).

2.4. a) \sqrt{m} xác định khi $m \geq 0$ (1)

$$\sqrt{m} - \sqrt{5} \neq 0 \text{ khi } m \geq 0 \text{ và } m \neq 5 \text{ (2).}$$

Vậy điều kiện để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất là $m \geq 0$ và $m \neq 5$.

b) Với điều kiện $m \geq 0$ và $m \neq 5$ thì $\sqrt{m} + \sqrt{5} > 0$. Do đó, điều kiện để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbf{R} là : $\sqrt{m} - \sqrt{5} > 0$, suy ra $\sqrt{m} > \sqrt{5} \Leftrightarrow m > 5$.