§4. Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

18. a) Đường thẳng $y = ax + 3$ song song với đường thẳng $y = -2x$ suy ra $a = -2$.

b) Khi $x = 1 + \sqrt{2}$ thì hàm số $y = ax + 3$ có giá trị tương ứng là $2 + \sqrt{2}$ vậy ta phải có :

$$2 + \sqrt{2} = a(1 + \sqrt{2}) + 3 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = 3 - 2\sqrt{2}.$$

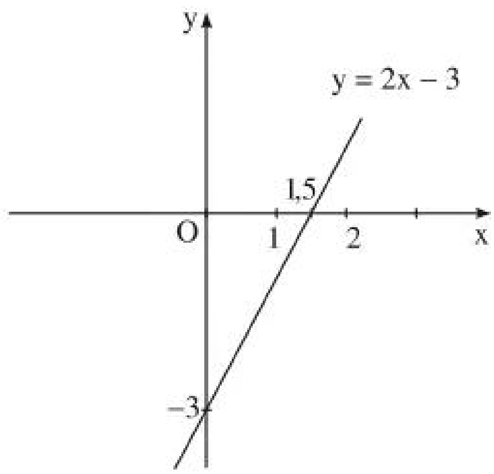
19. (h.19)

a) Với $x = 4$, hàm số $y = 2x + b$ có giá trị là 5. Do đó, ta có :

$$5 = 2.4 + b \Rightarrow b = -3.$$

b) Theo trên, ta có $y = 2x - 3$.

Đồ thị của hàm số $y = 2x - 3$ là đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 ; cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1,5$.



Hình 19

20. Thay các giá trị của x, y vào (1), ta có :

$$3 + \sqrt{2} = a(1 + \sqrt{2}) + 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{2}.$$

21. Xác định hàm số $y = ax + b$ thực chất là xác định các hệ số a và b.

• Vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên $b = 3$.

• Vì đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 nên tung độ y của giao điểm bằng 0, ta có :

$$0 = a(-2) + 3 \Rightarrow a = 1,5.$$

Vậy, ta có hàm số $y = 1,5x + 3$.

22. a) Đường thẳng qua gốc toạ độ có dạng $y = ax$. Vì đường thẳng qua điểm $A(3 ; 2)$ nên toạ độ của điểm A phải thoả mãn $y = ax$, có nghĩa là :

$$2 = a.3 \Rightarrow a = \frac{2}{3}.$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = \frac{2}{3}x$.

b) Đường thẳng qua gốc toạ độ có dạng $y = ax$. Vì đường thẳng có hệ số a bằng $\sqrt{3}$ nên ta có : $a = \sqrt{3}$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = \sqrt{3}x$.

c) Đường thẳng qua gốc toạ độ có dạng $y = ax$. Đường thẳng $y = ax$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên ta có : $a = 3$.

Vậy hàm số cần tìm là : $y = 3x$.

23. Giả sử đường thẳng đi qua A và B có dạng : $y = ax + b$. Khi đó :

– Điểm $A(1 ; 2)$ thuộc đường thẳng $y = ax + b$ khi và chỉ khi

$$2 = a.1 + b \quad \Leftrightarrow \quad b = 2 - a. \tag{1}$$

– Điểm $B(3 ; 4)$ thuộc đường thẳng $y = ax + b$ khi và chỉ khi

$$4 = a.3 + b \quad \Leftrightarrow \quad b = 4 - 3a. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta có

$$2 - a = 4 - 3a \quad \Leftrightarrow \quad a = 1.$$

Thay $a = 1$ vào (1) ta có $b = 1$.

Vậy :

a) Hệ số a của đường thẳng đi qua A và B là 1 ;

b) Hàm số $y = x + 1$ có đồ thị là đường thẳng đi qua A và B.

24. a) Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua gốc toạ độ khi $b = 0$, nên đường thẳng $y = (k + 1)x + k$ qua gốc toạ độ khi $k = 0$, khi đó hàm số là $y = x$.

b) Đường thẳng $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b. Do đó, đường thẳng

$$y = (k + 1)x + k$$

cắt trục tung tại điểm có tung độ là $1 - \sqrt{2}$ khi

$$k = 1 - \sqrt{2}.$$

Hàm số trong trường hợp này là

$$y = (2 - \sqrt{2})x + (1 - \sqrt{2}).$$

c) Đường thẳng

$$y = (k + 1)x + k$$

song song với đường thẳng

$$y = \left(\sqrt{3} + 1\right)x + 3$$

khi và chỉ khi $k + 1 = \sqrt{3} + 1$ và $k \neq 3$.

Suy ra $k = \sqrt{3}$ và hàm số là $y = (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3}$.

Bài tập bổ sung

4.1. (D).

4.2. (C).

4.3. (B).

4.4. a) Để biểu thức ở vế phải xác định thì $k \geq 0$.

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2\sqrt{3}$ khi :

$$\sqrt{k} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{k} = \sqrt{3} \Rightarrow k = 3.$$

b) Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 khi :

$$\frac{\sqrt{k} + 1}{\sqrt{3} - 1}.1 + \sqrt{k} + \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{k} + 1 + (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{k} + \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{k} + 1 + \sqrt{3}\sqrt{k} + \sqrt{3}.\sqrt{3} - \sqrt{k} - \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sqrt{k} + 4 - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sqrt{k} = \frac{\sqrt{3} - 4}{\sqrt{3}} < 0 \text{ (vô lí).}$$

Vậy đường thẳng (d) không cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 với mọi giá trị của $k \geq 0$.

Nói cách khác, họ đường thẳng $y = \frac{\sqrt{k} + 1}{\sqrt{3} - 1}x + \sqrt{k} + \sqrt{3}$ không bao giờ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

c) Gọi điểm cố định mà các đường thẳng (d) đều đi qua là $P(x_o, y_o)$.

Ta có :

$$y_o = \frac{\sqrt{k} + 1}{\sqrt{3} - 1}.x_o + \sqrt{k} + \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow y_o(\sqrt{3} - 1) = (\sqrt{k} + 1)x_o + (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{k} + \sqrt{3})$$

$$\Leftrightarrow y_o(\sqrt{3} - 1) = (x_o + \sqrt{3} - 1)\sqrt{k} + x_o + 3 - \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow (x_o + \sqrt{3} - 1)\sqrt{k} + x_o + 3 - \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})y_o = 0. \ (*)$$

Phương trình (*) nghiệm đúng với mọi giá trị không âm của $\sqrt{k}$, do đó ta có :

$$\begin{cases} x_o + \sqrt{3} - 1 = 0 \\ x_o + 3 - \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})\,y_o = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_o = 1 - \sqrt{3} \\ y_o = \sqrt{3} - 1. \end{cases}$$

Vậy, với $k \geq 0$, các đường thẳng (d) đều đi qua điểm cố định $P(1 - \sqrt{3}\,; \sqrt{3} - 1)$.