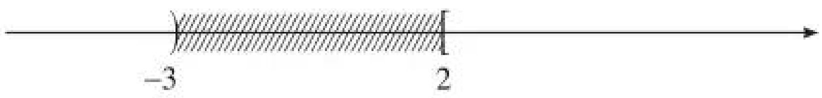
Theo nhận xét trên thì $\sqrt{\dfrac{x-2}{x+3}}$ xác định nếu $\dfrac{x-2}{x+3} \geq 0$, nghĩa là x thoả mãn một trong hai trường hợp sau :

Trường hợp 1 : $x - 2 \geq 0$ và $x + 3 > 0$. Nghĩa là, x đồng thời thoả mãn hai bất đẳng thức $x \geq 2$ và $x > -3$. Vậy $x \geq 2$.

Trường hợp 2 : $x - 2 \leq 0$ và $x + 3 < 0$. Nghĩa là, x đồng thời thoả mãn hai bất đẳng thức $x \leq 2$ và $x < -3$. Vậy $x < -3$.

Như vậy với $x \geq 2$ hoặc $x < -3$ thì biểu thức đã cho xác định.

Biểu diễn tập hợp đó trên trục số, ta có hình 3.



Hình 3

d) *Hướng dẫn :*

$\sqrt{\dfrac{2+x}{5-x}}$ xác định nếu $\dfrac{2+x}{5-x} \geq 0$, nghĩa là x thoả mãn một trong hai trường hợp sau :

Trường hợp 1 : $2 + x \geq 0$ và $5 - x > 0$. Nghĩa là, x đồng thời thoả mãn hai bất đẳng thức $x \geq -2$ và $x < 5$.

Vậy $-2 \leq x < 5$.

Trường hợp 2 : $2 + x \leq 0$ và $5 - x < 0$. Nghĩa là, x đồng thời thoả mãn hai bất đẳng thức $x \leq -2$ và $x > 5$.

Trong trường hợp này ta thấy không tồn tại x thoả mãn đồng thời

$$x \leq -2 \text{ và } x > 5.$$

Như vậy với $-2 \leq x < 5$ thì biểu thức đã cho xác định.

Biểu diễn tập hợp đó trên trục số, ta có hình 4.

Hình 4

17. a) *Giải* : Vì $\sqrt{9x^2} = |3x|$ nên để tìm x thoả mãn $\sqrt{9x^2} = 2x + 1$ ta đưa về tìm x thoả mãn $|3x| = 2x + 1$ tức là tìm nghiệm của phương trình

$$|3x| = 2x + 1. \qquad (1)$$

Ta xét hai trường hợp :

– Khi $3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$, ta giải phương trình

$$3x = 2x + 1.$$

Ta có $3x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Giá trị $x = 1$ thoả mãn $x \geq 0$, nên $x = 1$ là một nghiệm của phương trình (1).

– Khi $3x < 0 \Leftrightarrow x < 0$, ta giải phương trình

$$-3x = 2x + 1.$$

Ta có $-3x = 2x + 1 \Leftrightarrow -5x = 1 \Leftrightarrow x = -0{,}2$.

Giá trị $x = -0{,}2$ thoả mãn $x < 0$, nên $x = -0{,}2$ là một nghiệm của phương trình (1).

Tổng hợp hai trường hợp trên, ta thấy hai giá trị $x_1 = 1$ và $x_2 = -0{,}2$ là các nghiệm của phương trình (1).

Vậy các giá trị cần tìm là $x_1 = 1$ và $x_2 = -0{,}2$.

b) *Hướng dẫn :* Tương tự câu a).

Vì $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = \sqrt{(x + 3)^2} = |x + 3|$ nên đưa về tìm nghiệm của phương trình

$$|x + 3| = 3x - 1. \qquad (2)$$

Xét hai trường hợp :

– Khi $x + 3 \geq 0$, giải $x + 3 = 3x - 1$ được $x = 2$ thoả mãn $x + 3 \geq 0$, nên $x = 2$ là một nghiệm của (2).

– Khi $x + 3 < 0$, giải $-x - 3 = 3x - 1$ được $x = -0{,}5$. Vì $x = -0{,}5$ không thoả mãn $x + 3 < 0$ nên giá trị $x = -0{,}5$ không phải là nghiệm của (2).

Tổng hợp hai trường hợp trên ta thấy chỉ có duy nhất một giá trị $x = 2$ là nghiệm của (2).

Vậy giá trị cần tìm là $x = 2$.

c) *Hướng dẫn :* Tương tự câu a).

Vì $\sqrt{1-4x+4x^2} = \sqrt{(1-2x)^2} = |1-2x|$ nên đưa về tìm nghiệm của phương trình

$$|1-2x| = 5. \qquad (3)$$

Có thể giải phương trình (3) bằng một trong hai cách sau.

Cách 1 :

Ta giải phương trình $1 - 2x = 5$ (được $x = -2$) và giải phương trình $1 - 2x = -5$ (được $x = 3$).

Tổng hợp ta được hai nghiệm của (3) là $x_1 = -2$; $x_2 = 3$.

Cách 2 :

Ta xét hai trường hợp :

– Khi $1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0,5$, ta giải phương trình

$$1 - 2x = 5,$$

được $x = -2$ là một nghiệm của (3) (vì thoả mãn $x \leq 0,5$).

– Khi $1 - 2x < 0 \Leftrightarrow x > 0,5$, ta giải phương trình

$$2x - 1 = 5,$$

được $x = 3$ là một nghiệm của (3) (vì thoả mãn $x > 0,5$).

Tổng hợp hai trường hợp, ta có hai nghiệm của (3) là $x_1 = -2$ và $x_2 = 3$.

d) Vì $\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = |x^2|$ nên đưa về tìm x thoả mãn

$$|x^2| = 7 \text{ hay } x^2 = 7.$$

Suy ra các giá trị cần tìm là $x_1 = -\sqrt{7}$ và $x_2 = \sqrt{7}$.

18. a) $x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$.

b) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2$.

c) $x^2 + 2\sqrt{13}x + 13 = (x + \sqrt{13})^2$.