

## §6. Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau

48. Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm).
- Chứng minh rằng  $OA \perp MN$ .
  - Vẽ đường kính NOC. Chứng minh rằng  $MC \parallel AO$ .
  - Tính độ dài các cạnh của tam giác AMN biết  $OM = 3\text{cm}$ ,  $OA = 5\text{cm}$ .
49. Cho đường tròn (O), điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MD, ME với đường tròn (D, E là các tiếp điểm). Qua điểm I thuộc cung nhỏ DE, kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt MD và ME theo thứ tự ở P và Q. Biết  $MD = 4\text{cm}$ , tính chu vi tam giác MPQ.
50. Cho góc  $xOy$  khác góc bẹt, điểm A nằm trên tia Ox. Dựng đường tròn (I) đi qua A và tiếp xúc với hai cạnh của góc  $xOy$ .
51. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm bất kì thuộc tia Ax. Qua M kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt By ở N.
- Tính số đo góc MON.
  - Chứng minh rằng  $MN = AM + BN$ .
  - Chứng minh rằng  $AM \cdot BN = R^2$  (R là bán kính của nửa đường tròn).

52. Cho đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC. Các tiếp điểm trên AC, AB theo thứ tự là D, E. Cho  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ . Tính độ dài các đoạn tiếp tuyến AD, AE theo a, b, c.
53. Tính diện tích tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (I ; r).
54. Cho đường tròn (O ; 3cm) và điểm A có  $AO = 5\text{cm}$ . Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC.
- Tính độ dài OH.
  - Qua điểm M bất kì thuộc cung nhỏ BC, kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt AB và AC theo thứ tự tại D và E. Tính chu vi tam giác ADE.
55. Cho đường tròn (O ; 2cm), các tiếp tuyến AB và AC kẻ từ A đến đường tròn vuông góc với nhau tại A (B và C là các tiếp điểm).
- Tứ giác ABOC là hình gì ? Vì sao ?
  - Gọi M là điểm bất kì thuộc cung nhỏ BC. Qua M kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt AB và AC theo thứ tự tại D và E. Tính chu vi tam giác ADE.
  - Tính số đo góc DOE.
56. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Vẽ đường tròn (A ; AH). Kẻ các tiếp tuyến BD, CE với đường tròn (D, E là các tiếp điểm khác H). Chứng minh rằng :
- Ba điểm D, A, E thẳng hàng ;
  - DE tiếp xúc với đường tròn có đường kính BC.
57. Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có chu vi  $2p$ , bán kính đường tròn nội tiếp bằng r thì diện tích S của tam giác có công thức :
- $$S = p.r$$
58. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với AB, AC lần lượt tại D, E.
- Tứ giác ADOE là hình gì ? Vì sao ?
  - Tính bán kính của đường tròn (O) biết  $AB = 3\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ .
59. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp, r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng :
- $$AB + AC = 2(R + r).$$

**60.** Cho tam giác ABC, đường tròn (K) bàng tiếp trong góc A tiếp xúc với các tia AB và AC theo thứ tự tại E và F. Cho  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ . Chứng minh rằng :

a)  $AE = AF = \frac{a + b + c}{2}$  ;

b)  $BE = \frac{a + b - c}{2}$  ;

c)  $CF = \frac{a + c - b}{2}$ .

**61\*** . Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt Ax, By theo thứ tự ở C, D.

a) Chứng minh rằng đường tròn có đường kính CD tiếp xúc với AB.

b) Tìm vị trí của điểm M để hình thang ABDC có chu vi nhỏ nhất.

c) Tìm vị trí của C, D để hình thang ABDC có chu vi bằng 14cm, biết  $AB = 4\text{cm}$ .

**62\*** . Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua một điểm M thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt Ax, By theo thứ tự ở C, D. Gọi N là giao điểm của AD và BC, H là giao điểm của MN và AB. Chứng minh rằng :

a)  $MN \perp AB$  ;

b)  $MN = NH$ .

**63\*** . Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Chứng minh rằng

$$S_{ABC} = BD \cdot DC.$$

### Bài tập bổ sung

**6.1.** Độ dài mỗi cạnh của tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (O ; r) bằng

(A)  $r\sqrt{3}$  ;      (B)  $2r\sqrt{3}$  ;      (C)  $4r$  ;      (D)  $2r$ .

Hãy chọn phương án đúng.

- 6.2.** Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Đường thẳng đi qua O và song song với AB cắt AC ở D. Đường thẳng đi qua O và song song với AC cắt AB ở E. Tứ giác ADOE là hình gì ?
- 6.3.** Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Kẻ dây CD song song với AB. Chứng minh rằng  $BC = BD$ .