

b) Điều kiện xác định của  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}}$  là

$$2x - 3 \geq 0 \text{ và } x - 1 > 0.$$

Nghĩa là  $x$  đồng thời thoả mãn hai bất đẳng thức  $x \geq 1,5$  và  $x > 1$  hay  $x$  thoả mãn  $x \geq 1,5$ .

Như vậy, ta có  $x \geq 1,5$  là điều kiện để  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}}$  có nghĩa.

Với điều kiện  $x \geq 1,5$ , theo quy tắc chia hai căn bậc hai, ta có :

$$\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{\frac{2x-3}{x-1}}.$$

Do vậy, với  $x \geq 1,5$ , ta quy về giải bài toán tìm  $x$ , biết

$$\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2,$$

và tìm được  $x = 0,5$ .

Tuy nhiên giá trị này không thoả mãn điều kiện  $x \geq 1,5$ .

Vậy không tồn tại giá trị nào của  $x$  để  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2$ .

*Chú ý :* Có thể chứng tỏ không tồn tại  $x$  thoả mãn  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2$  như sau :

$$2x - 3 = 2(x - 1) - 1, \text{ nên } \sqrt{2x - 3} < \sqrt{2(x - 1)}.$$

Do đó  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} < \frac{\sqrt{2(x-1)}}{\sqrt{x-1}}$ .

Mặt khác,  $\frac{\sqrt{2(x-1)}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{\frac{2(x-1)}{x-1}} = \sqrt{2}$ ,

suy ra  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} < \sqrt{2} < 2$ .

Do  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}}$  luôn nhỏ hơn 2 nên không tồn tại  $x$  để  $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2$ .

c) Tương tự câu a) tìm được  $x = -1,2$  thoả mãn

$$\sqrt{\frac{4x+3}{x+1}} = 3.$$

d) *Hướng dẫn* : Tương tự câu b) chứng tỏ không tồn tại  $x$  thoả mãn

$$\frac{\sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+1}} = 3.$$

44. Do  $a$  và  $b$  không âm nên  $\sqrt{a}$  và  $\sqrt{b}$  xác định. Ta có

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0.$$

Khai triển vế trái, ta có

$$a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0.$$

Từ đó, suy ra

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}.$$

Chia hai vế của bất đẳng thức trên cho 2 ta được bất đẳng thức phải chứng minh.

Rõ ràng dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $a = b$ .

45. Theo bất đẳng thức Cô-si cho hai số  $a, b$  không âm, ta có

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}. \quad (1)$$

Cộng  $a + b$  vào cả hai vế của bất đẳng thức (1) và biến đổi được

$$2(a + b) \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2. \quad (2)$$

Chia hai vế của bất đẳng thức (2) cho 4 rồi khai phương sẽ được điều phải chứng minh.

46. Biến đổi biểu thức được  $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \geq 0$  hoặc áp dụng bất đẳng thức

Cô-si cho hai số  $a$  và  $\frac{1}{a}$ .

## Bài tập bổ sung

4.1. Chọn (B).