

§9. Căn bậc ba

88. Tính (không dùng bảng số hay máy tính bỏ túi)

$$\sqrt[3]{-343} ; \sqrt[3]{0,027} ; \sqrt[3]{1,331} ; \sqrt[3]{-0,512}.$$

89. Tìm x, biết

a) $\sqrt[3]{x} = -1,5$;

b) $\sqrt[3]{x-5} = 0,9$.

90. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $\sqrt[3]{a^3b} = a\sqrt[3]{b}$;

b) $\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}} = \frac{1}{b}\sqrt[3]{ab}$ ($b \neq 0$).

91. Tìm giá trị gần đúng của căn bậc ba mỗi số sau bằng bảng lập phương và kiểm tra bằng máy tính bỏ túi (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

a) 12 ;

b) 25,3 ;

c) -37,91 ;

d) -0,08.

92. So sánh (không dùng bảng số hay máy tính bỏ túi)

a) $2\sqrt[3]{3}$ và $\sqrt[3]{23}$;

b) 33 và $3\sqrt[3]{1333}$.

93. Tìm tập hợp các giá trị x thoả mãn điều kiện sau và biểu diễn tập hợp đó trên trục số

a) $\sqrt[3]{x} \geq 2$;

b) $\sqrt[3]{x} \leq -1,5$.

94. Chứng minh

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x+y+z) \left[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \right].$$

Từ đó, chứng tỏ :

a) Với ba số x, y, z không âm thì

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3}{3} \geq xyz ;$$

b) Với ba số a, b, c không âm thì

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \text{ (Bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm).}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi ba số a, b, c bằng nhau.

95*. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm, chứng minh

a) Trong các hình hộp chữ nhật có cùng tổng ba kích thước thì hình lập phương có thể tích lớn nhất ;

b) Trong các hình hộp chữ nhật có cùng thể tích thì hình lập phương có tổng ba kích thước bé nhất.