

§5. Bảng căn bậc hai

47. Tra bảng ta được

- a) $x_1 \approx 3,8730$ suy ra $x_2 \approx -3,8730$;
- b) $x_1 \approx 4,7749$ suy ra $x_2 \approx -4,7749$;
- c) $x_1 \approx 18,7350$ suy ra $x_2 \approx -18,7350$;
- d) $x_1 \approx 0,6782$ suy ra $x_2 \approx -0,6782$.

48. Tra bảng ta được

- a) $x \approx 2,25$ (thực ra 2,25 là giá trị đúng) ;
- b) $x \approx 4,623$; c) $x \approx 0,2704$; d) $x \approx 0,001444$.

49. Có thể kiểm tra theo hai cách

– Tìm giá trị nghiệm bằng máy tính bỏ túi.

Ví dụ, tính giá trị $x_1 = \sqrt{15}$ bằng máy tính bỏ túi được kết quả 3,872983346 (máy hiện kết quả gần đúng với 10 chữ số).

– Thử lại giá trị tìm được bằng máy tính bỏ túi.

Ví dụ, thay giá trị $x_1 \approx 3,873$ vào phương trình

$$x^2 = 15$$

ta có $(3,873)^2 = 15,000129 \approx 15$.

50. Ví dụ thử lại câu a) bài 47. Ta tìm các ô có giá trị gần với 15 ở trong bảng bình phương được ô 14,98 và ô 15,05. Với ô 14,98 tra bảng được 3,87, đây là kết quả gần đúng thiếu. Nếu chọn ô 15,05 tra bảng sẽ được số 3,88, đây là kết quả gần đúng thừa.

51. Ví dụ thử lại câu b) bài 48. Tra bảng căn bậc hai cho số 4,623 : Trước hết ta tìm căn bậc hai của 4,62 được 2,149. Tìm thêm chữ số ở cột số 3 phần hiệu chính ứng với dòng 4,6 được số 1, vậy cộng thêm 1 vào chữ số 9 ở số 2,149 ta được số 2,150.

52. Cân bổ sung

$$(\sqrt{2})^2 = \frac{m^2}{n^2} ;$$

$$2n^2 = (2p)^2 ;$$

giả thiết m và n nguyên tố cùng nhau.

53. a) Lập luận tương tự bài tập 52, thay đặc điểm số chẵn bởi số chia hết cho 3.
b) Lập luận bằng phản chứng.

Ví dụ, giả sử $5\sqrt{2}$ là số hữu tỉ a, nghĩa là có số a hữu tỉ mà

$$5\sqrt{2} = a.$$

Khi đó

$$\sqrt{2} = \frac{a}{5}$$

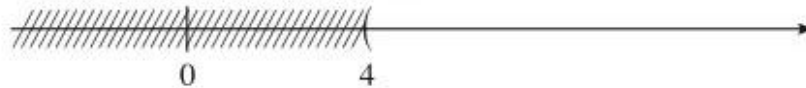
nên $\sqrt{2}$ cũng là số hữu tỉ.

Điều này vô lí, vì ta đã biết $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ.

54. Điều kiện $x \geq 0$.

Đưa bất đẳng thức đã cho về $\sqrt{x} > \sqrt{4}$ suy ra $x > 4$.

Biểu diễn tập hợp đó trên trục số ta có hình 5.



Hình 5

55. Kết quả : $0 \leq x < 9$.

Biểu diễn tập hợp đó trên trục số ta có hình 6.



Hình 6

Bài tập bổ sung

- 5.1. Chọn (A).

§6. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai

56. a) $x\sqrt{7}$; b) $-2y\sqrt{2}$; c) $5x\sqrt{x}$; d) $4y^2\sqrt{3}$.

57. a) $\sqrt{5x^2}$; b) $-\sqrt{13x^2}$; c) $\sqrt{11x}$; d) $-\sqrt{-29x}$.
58. a) $-\sqrt{3}$; b) $2\sqrt{2}$; c) $6\sqrt{a}$; d) $4\sqrt{b} - 5\sqrt{10b}$.
59. a) $6 - \sqrt{15}$; b) 10 ; c) 7 ; d) 22.
60. a) 0 ; b) $4\sqrt{2\sqrt{3}} - 8\sqrt{5\sqrt{3}}$.
61. a) $1 - x\sqrt{x}$; b) $x\sqrt{x} + 8$; c) $x\sqrt{x} - y\sqrt{y}$; d) $x^3 + y\sqrt{y}$.
62. a) $(6 - 5\sqrt{2})x$; b) $6x - 2y - \sqrt{xy}$.

63. a) Biến đổi vế trái ta có

$$\frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y.$$

b) Đặt $\sqrt{x} = a$ ta có $\sqrt{x^3} = a^3$. Áp dụng hằng đẳng thức

$$a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1)$$

và rút gọn vế trái.

64. a) Biến đổi

$$\begin{aligned} x + 2\sqrt{2x - 4} &= 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{x - 2} + x - 2 \\ &= (\sqrt{2} + \sqrt{x - 2})^2. \end{aligned}$$

b) Tương tự câu a), ta có $x - 2\sqrt{2x - 4} = (\sqrt{2} - \sqrt{x - 2})^2$.

$$\begin{aligned} \text{Do đó, } \sqrt{x + 2\sqrt{2x - 4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x - 4}} &= \\ &= \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{x - 2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{x - 2})^2} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{x - 2} + |\sqrt{2} - \sqrt{x - 2}| \quad (\text{vì } \sqrt{2} + \sqrt{x - 2} > 0). \end{aligned}$$

Ta thấy :

- Nếu $x < 4$ (nhưng $x \geq 2$) thì $x - 2 < 2$; khi đó $\sqrt{2} - \sqrt{x - 2} > 0$ và kết quả rút gọn là $2\sqrt{2}$.
- Nếu $x \geq 4$ thì $x - 2 \geq 2$; khi đó $\sqrt{2} - \sqrt{x - 2} \leq 0$ và kết quả rút gọn là $2\sqrt{x - 2}$.

65. a) *Cách 1* : Ta có $25x = 35 \cdot 35$, suy ra $x = 49$.

Cách 2 : Biến đổi vế trái được $5\sqrt{x}$ rồi quy về tìm x , biết

$$\sqrt{x} = 7.$$

Từ đó tìm được $x = 49$.

b) $0 \leq x \leq 6561$; c) $x = \frac{4}{3}$; d) $x \geq 2,5$.

66. a) Trước hết, điều kiện để các căn thức xác định là x phải thoả mãn đồng thời hai bất đẳng thức

$$x^2 - 9 \geq 0 \text{ và } x - 3 \geq 0.$$

Ta sẽ tìm được $x \geq 3$ là điều kiện để đồng thời có

$$x^2 - 9 \geq 0 \text{ và } x - 3 \geq 0.$$

Với điều kiện $x \geq 3$, ta có

$$\sqrt{x^2 - 9} = \sqrt{(x - 3)(x + 3)} = \sqrt{x - 3}\sqrt{x + 3}.$$

Vậy để tìm x thoả mãn

$$\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x - 3} = 0,$$

ta đưa về tìm x thoả mãn

$$\sqrt{x - 3}\sqrt{x + 3} - 3\sqrt{x - 3} = 0 \text{ hay } \sqrt{x - 3}(\sqrt{x + 3} - 3) = 0.$$

• Giải $\sqrt{x - 3} = 0$ ta được $x = 3$, thoả mãn điều kiện $x \geq 3$.

• Giải $\sqrt{x + 3} - 3 = 0$, ta có $\sqrt{x + 3} = 3$ hay $x + 3 = 9$,

suy ra $x = 6$, thoả mãn điều kiện $x \geq 3$.

Vậy tìm được hai giá trị là $x_1 = 3$; $x_2 = 6$.

b) Điều kiện để các căn thức xác định là x phải thoả mãn đồng thời hai bất đẳng thức

$$x^2 - 4 \geq 0 \text{ và } x + 2 \geq 0.$$

* Xét $x^2 - 4 \geq 0$, vì $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ nên $x^2 - 4 \geq 0$ khi và chỉ khi $(x - 2)(x + 2) \geq 0$. Ta tìm được $x \geq 2$ hoặc $x \leq -2$.

* Xét $x + 2 \geq 0$ ta có $x \geq -2$.

Như vậy, x phải thoả mãn một trong hai trường hợp sau :

– Trường hợp 1 : $x \geq 2$ và $x \geq -2$. Ta có $x \geq 2$.

– Trường hợp 2 : $x \leq -2$ và $x \geq -2$. Ta có $x = -2$.

Vậy điều kiện để các căn thức xác định là $x \geq 2$ hoặc $x = -2$.

• Với $x = -2$ thì $\sqrt{x^2 - 4} - 2\sqrt{x + 2} = 0$. Vậy $x = -2$ là một giá trị phải tìm.

• Với $x \geq 2$ thì $x + 2 > 0$ và $x - 2 \geq 0$ nên $\sqrt{x + 2}$ và $\sqrt{x - 2}$ xác định. Do đó

$$\sqrt{x^2 - 4} - 2\sqrt{x + 2} = \sqrt{(x - 2)(x + 2)} - 2\sqrt{x + 2} = 0$$

hay $\sqrt{x + 2}(\sqrt{x - 2} - 2) = 0$.

Với nhận xét $\sqrt{x + 2} > 0$ ta tìm được $x = 6$.

• Vậy tìm được hai giá trị là $x_1 = -2$ và $x_2 = 6$.

67. Kí hiệu a và b là kích thước của hình chữ nhật, ta có a và b dương.

Theo bất đẳng thức Cô-si cho hai số a, b không âm, ta có

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab},$$

dấu bằng xảy ra khi $a = b$.

a) Với các hình chữ nhật có cùng chu vi thì

$$\frac{a + b}{2} \text{ không đổi (bằng một phần tư chu vi).}$$

Từ bất đẳng thức $\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$ và $\frac{a + b}{2}$ không đổi suy ra \sqrt{ab} đạt giá trị

lớn nhất bằng $\frac{a + b}{2}$ khi $a = b$.

Điều đó có nghĩa là trong các hình chữ nhật có cùng chu vi thì hình vuông có diện tích lớn nhất.