§5 SỐ GẦN ĐÚNG. SAI SỐ

I – SỐ GẦN ĐÚNG

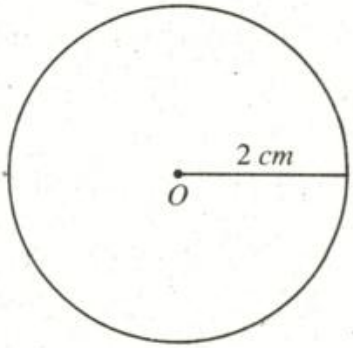
Ví dụ 1. Khi tính diện tích của hình tròn bán kính $r = 2$ cm theo công thức $S = \pi r^2$ (h.12),

Nam lấy một giá trị gần đúng của π là 3,1 và được kết quả

$$S = 3{,}1 \,.\, 4 = 12{,}4 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Minh lấy một giá trị gần đúng của π là 3,14 và được kết quả

$$S = 3{,}14 \,.\, 4 = 12{,}56 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Hình 12

Vì $\pi = 3{,}141592653$ ... là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn, nên ta chỉ viết được gần đúng kết quả phép tính $\pi.r^2$ bằng một số thập phân hữu hạn.

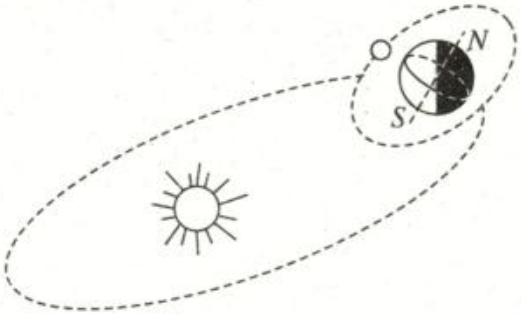
1

Khi đọc các thông tin sau em hiểu đó là các số đúng hay gần đúng ?

Bán kính đường Xích Đạo của Trái Đất là 6378 km.

Khoảng cách từ Mặt Trăng đến Trái Đất là 384 400 km.

Khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất là 148 600 000 km.



Để đo các đại lượng như bán kính đường Xích Đạo của Trái Đất, khoảng cách từ Trái Đất đến các vì sao,... người ta phải dùng các phương pháp và các dụng cụ đo đặc biệt. Kết quả của phép đo phụ thuộc vào phương pháp đo và dụng cụ được sử dụng, vì thế thường chỉ là những số gần đúng.

Trong đo đạc, tính toán ta thường chỉ nhận được các số gần đúng.

II – SAI SỐ TUYỆT ĐỐI

1. Sai số tuyệt đối của một số gần đúng

Ví dụ 2. Ta hãy xem trong hai kết quả tính diện tích hình tròn ($r = 2$ cm) của Nam ($S = 3{,}1 \,.\, 4 = 12{,}4$) và Minh ($S = 3{,}14 \,.\, 4 = 12{,}56$), kết quả nào chính xác hơn.

Ta thấy $3,1 < 3,14 < \pi$,

do đó $3,1 \,.\, 4 < 3,14 \,.\, 4 < \pi \,.\, 4$

hay $12,4 < 12,56 < S = \pi \,.\, 4$.

Như vậy, kết quả của Minh gần với kết quả đúng hơn, hay chính xác hơn.

Từ bất đẳng thức trên suy ra

$$|S - 12,56| < |S - 12,4|.$$

Ta nói kết quả của Minh có *sai số tuyệt đối* nhỏ hơn của Nam.

> *Nếu a là số gần đúng của số đúng $\overline{a}$ thì $\Delta_a = |\overline{a} - a|$ được gọi là* ***sai số tuyệt đối*** *của số gần đúng a.*

2. Độ chính xác của một số gần đúng

Ví dụ 3. Có thể xác định được sai số tuyệt đối của các kết quả tính diện tích hình tròn của Nam và Minh dưới dạng số thập phân không ?

Vì ta không viết được giá trị đúng của $S = \pi.4$ dưới dạng một số thập phân hữu hạn nên không thể tính được các sai số tuyệt đối đó. Tuy nhiên, ta có thể ước lượng chúng, thật vậy

$$3,1 < 3,14 < \pi < 3,15.$$

Do đó $12,4 < 12,56 < S < 12,6.$

Từ đó suy ra $|S - 12,56| < |12,6 - 12,56| = 0,04$

$|S - 12,4| < |12,6 - 12,4| = 0,2.$

Ta nói kết quả của Minh có sai số tuyệt đối không vượt quá 0,04, kết quả của Nam có sai số tuyệt đối không vượt quá 0,2. Ta cũng nói kết quả của Minh có độ chính xác là 0,04, kết quả của Nam có độ chính xác là 0,2.

> *Nếu $\Delta_a = |\overline{a} - a| \le d$ thì $-d \le \overline{a} - a \le d$ hay $a - d \le \overline{a} \le a + d$.*
>
> *Ta nói a là số gần đúng của $\overline{a}$ với* ***độ chính xác*** *d, và quy ước viết gọn là $\overline{a} = a \pm d$.*

2

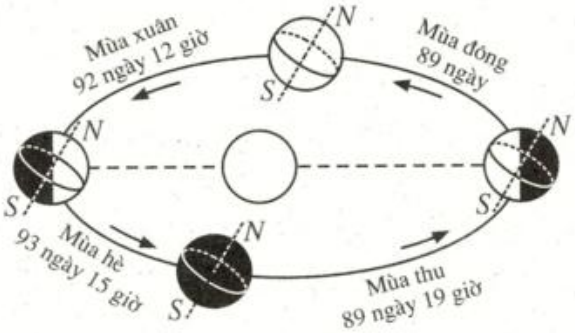
Tính đường chéo của một hình vuông có cạnh bằng 3 cm và xác định độ chính xác của kết quả tìm được. Cho biết $\sqrt{2} = 1,4142135 \ldots$.

CHÚ Ý

Sai số tuyệt đối của số gần đúng nhận được trong một phép đo đạc đôi khi không phản ánh đầy đủ tính chính xác của phép đo đó.

Ta xét ví dụ sau. Các nhà thiên văn tính được thời gian để Trái Đất quay một vòng xung quanh Mặt Trời là 365 ngày $\pm\frac{1}{4}$ ngày. Nam tính thời gian bạn đó đi từ nhà đến trường là 30 phút ± 1 phút.

Trong hai phép đo trên, phép đo nào chính xác hơn ?



Phép đo của các nhà thiên văn có sai số tuyệt đối không vượt quá $\frac{1}{4}$ ngày, nghĩa là 6 giờ hay 360 phút. Phép đo của Nam có sai số tuyệt đối không vượt quá 1 phút.

Thoạt nhìn, ta thấy phép đo của Nam chính xác hơn của các nhà thiên văn (so sánh 1 phút với 360 phút). Tuy nhiên, $\frac{1}{4}$ ngày hay 360 phút là độ chính xác của phép đo một chuyển động trong 365 ngày, còn 1 phút là độ chính xác của phép đo một chuyển động trong 30 phút. So sánh hai tỉ số

$$\frac{\frac{1}{4}}{365} = \frac{1}{1460} = 0,0006849...$$

$$\frac{1}{30} = 0,033...$$

ta phải nói phép đo của các nhà thiên văn chính xác hơn nhiều.

Vì thế ngoài sai số tuyệt đối Δ_a của số gần đúng a, người ta còn xét tỉ số

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}.$$

δ_a được gọi là *sai số tương đối* của số gần đúng a.

III – QUY TRÒN SỐ GẦN ĐÚNG

1. Ôn tập quy tắc làm tròn số

Trong sách giáo khoa Toán 7 tập một ta đã biết quy tắc làm tròn số *đến* một hàng nào đó (gọi là hàng quy tròn) như sau

> *Nếu chữ số sau hàng quy tròn nhỏ hơn 5 thì ta thay nó và các chữ số bên phải nó bởi chữ số 0.*
>
> *Nếu chữ số sau hàng quy tròn lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cũng làm như trên, nhưng cộng thêm một đơn vị vào chữ số của hàng quy tròn.*

Chẳng hạn

Số quy tròn đến hàng nghìn của $x = 2\,841\,675$ là $x \approx 2\,842\,000$, của $y = 432\,415$ là $y \approx 432\,000$.

Số quy tròn đến hàng phần trăm của $x = 12{,}4253$ là $x \approx 12{,}43$; của $y = 4{,}1521$ là $y \approx 4{,}15$.

2. Cách viết số quy tròn của số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước

Ví dụ 4. Cho số gần đúng $a = 2\,841\,275$ với độ chính xác $d = 300$. Hãy viết số quy tròn của số a.

Giải. Vì độ chính xác *đến hàng trăm* ($d = 300$) nên ta quy tròn *a đến hàng nghìn* theo quy tắc làm tròn ở trên.

Vậy số quy tròn của a là 2 841 000.

Ví dụ 5. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 3{,}1463$ biết

$$\overline{a} = 3{,}1463 \pm 0{,}001.$$

Giải. Vì độ chính xác *đến hàng phần nghìn* (độ chính xác là 0,001) nên ta quy tròn số 3,1463 *đến hàng phần trăm* theo quy tắc làm tròn ở trên.

Vậy số quy tròn của a là 3,15.

3

Hãy viết số quy tròn của số gần đúng trong những trường hợp sau

a) 374529 ± 200 ;

b) $4{,}1356 \pm 0{,}001$.

Bài tập

1. Biết $\sqrt[3]{5} = 1,709975947$ ...

Viết gần đúng $\sqrt[3]{5}$ theo nguyên tắc làm tròn với hai, ba, bốn chữ số thập phân và ước lượng sai số tuyệt đối.

2. Chiều dài một cái cầu là $l = 1745,25$ m $\pm$ 0,01 m.

Hãy viết số quy tròn của số gần đúng 1745,25.

3. a) Cho giá trị gần đúng của π là $a = 3,141592653589$ với độ chính xác là 10^{-10}. Hãy viết số quy tròn của a ;

b) Cho $b = 3,14$ và $c = 3,1416$ là những giá trị gần đúng của π. Hãy ước lượng sai số tuyệt đối của b và c.

4. Thực hiện các phép tính sau trên máy tính bỏ túi (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân).

a) $3^7.\sqrt{14}$;

b) $\sqrt[3]{15}.12^4$.

Hướng dẫn cách giải câu a). Nếu dùng máy tính CASIO *fx-500 MS* ta làm như sau

Ấn $\boxed{3}$ $\boxed{\wedge}$ $\boxed{7}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ 14 $\boxed{=}$

Ấn liên tiếp phím $\boxed{\text{MODE}}$ cho đến khi màn hình hiện ra

Fix	Sci	Norm
1	2	3

Ấn liên tiếp $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ để lấy 4 chữ số ở phần thập phân. Kết quả hiện ra trên màn hình là 8183.0047.

5. Thực hiện các phép tính sau trên máy tính bỏ túi

a) $\sqrt[3]{217} : 13^5$ với kết quả có 6 chữ số thập phân ;

b) $(\sqrt[3]{42} + \sqrt[3]{37}) : 14^5$ với kết quả có 7 chữ số thập phân ;

c) $\left[(1,23)^5 + \sqrt[3]{-42}\right]^9$ với kết quả có 5 chữ số thập phân.

Hướng dẫn cách giải câu a). Nếu dùng máy tính CASIO *fx-500 MS* ta làm như sau

Ấn [3] [SHIFT] [$\sqrt[x]{\ }$] 217 [÷] 13 [^] [5] [=]

Ấn liên tiếp phím [MODE] cho đến khi màn hình hiện ra

Fix	Sci	Norm
1	2	3

Ấn liên tiếp [1] [6] để lấy 6 chữ số thập phân.

Kết quả hiện ra trên màn hình là 0.000016.