



# MỆNH ĐỀ

## I – MỆNH ĐỀ. MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN

### 1. Mệnh đề



Nhìn vào hai bức tranh ở trên, hãy đọc và so sánh các câu ở bên trái và bên phải.

Các câu ở bên trái là những khẳng định có tính đúng hoặc sai, còn các câu ở bên phải không thể nói là đúng hay sai. Các câu ở bên trái là những *mệnh đề*, còn các câu ở bên phải không là những mệnh đề.

*Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai.*

*Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai.*



Nêu ví dụ về những câu là mệnh đề và những câu không là mệnh đề.

### 2. Mệnh đề chứa biến

Xét câu " $n$  chia hết cho 3".

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của  $n$  thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn

Với  $n = 4$  ta được mệnh đề "4 chia hết cho 3" (sai).

Với  $n = 15$  ta được mệnh đề "15 chia hết cho 3" (đúng).

Xét câu " $2 + n = 5$ ".

Cũng như trên, ta thấy với mỗi giá trị của  $n$  thuộc tập số nguyên ta được một mệnh đề. Chẳng hạn

Với  $n = 1$  ta được mệnh đề " $2 + 1 = 5$ " (sai).

Với  $n = 3$  ta được mệnh đề " $2 + 3 = 5$ " (đúng).

*Hai câu trên là những ví dụ về mệnh đề chứa biến.*



3

Xét câu " $x > 3$ ". Hãy tìm hai giá trị thực của  $x$  để từ câu đã cho, nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

## II – PHỦ ĐỊNH CỦA MỘT MỆNH ĐỀ

**Ví dụ 1.** Nam và Minh tranh luận về loài dơi.

Nam nói "Dơi là một loài chim".

Minh phủ định "Dơi không phải là một loài chim".

Để phủ định một mệnh đề, ta thêm (hoặc bớt) từ "không" (hoặc "không phải") vào trước vị ngữ của mệnh đề đó.



Kí hiệu mệnh đề phủ định của  
mệnh đề  $P$  là  $\overline{P}$ , ta có  
 $\overline{P}$  đúng khi  $P$  sai.  
 $\overline{P}$  sai khi  $P$  đúng.

**Ví dụ 2**

$P$  : "3 là một số nguyên tố" ;

$\overline{P}$  : "3 không phải là một số nguyên tố".

$Q$  : "7 không chia hết cho 5" ;

$\overline{Q}$  : "7 chia hết cho 5".



4

Hãy phủ định các mệnh đề sau.

$P$  : "π là một số hữu tỉ";

$Q$  : "Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba".

Xét tính đúng sai của các mệnh đề trên và mệnh đề phủ định của chúng.

### III – MỆNH ĐỀ KÉO THEO

**Ví dụ 3.** Ai cũng biết "Nếu Trái Đất không có nước thì không có sự sống".

Câu nói trên là một mệnh đề dạng "Nếu  $P$  thì  $Q$ ", ở đây  $P$  là mệnh đề "Trái Đất không có nước",  $Q$  là mệnh đề "(Trái Đất) không có sự sống".



|| Mệnh đề "Nếu  $P$  thì  $Q$ " được gọi là **mệnh đề kéo theo**, và kí hiệu là  $P \Rightarrow Q$ .

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  còn được phát biểu là " $P$  kéo theo  $Q$ " hoặc "Từ  $P$  suy ra  $Q$ ".



5

Từ các mệnh đề

$P$  : "Gió mùa Đông Bắc về"

$Q$  : "Trời trở lạnh"

hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

|| Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  chỉ sai khi  $P$  đúng và  $Q$  sai.

Như vậy, ta chỉ cần xét tính đúng sai của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  khi  $P$  đúng. Khi đó, nếu  $Q$  đúng thì  $P \Rightarrow Q$  đúng, nếu  $Q$  sai thì  $P \Rightarrow Q$  sai.

#### Ví dụ 4

Mệnh đề " $-3 < -2 \Rightarrow (-3)^2 < (-2)^2$ " sai.

Mệnh đề " $\sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < 4$ " đúng.

Các định lí toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng  $P \Rightarrow Q$ . Khi đó ta nói

||  $P$  là giả thiết,  $Q$  là kết luận của định lí, hoặc  
 ||  $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ , hoặc  
 ||  $Q$  là điều kiện cần để có  $P$ .



6

Cho tam giác  $ABC$ . Từ các mệnh đề

$P$  : "Tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $60^\circ$ "

$Q$  : " $ABC$  là một tam giác đều".

Hãy phát biểu định lí  $P \Rightarrow Q$ . Nếu giả thiết, kết luận và phát biểu lại định lí này dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

#### IV – MỆNH ĐỀ ĐẢO – HAI MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG



7

Cho tam giác  $ABC$ . Xét các mệnh đề dạng  $P \Rightarrow Q$  sau

a) Nếu  $ABC$  là một tam giác đều thì  $ABC$  là một tam giác cân.

b) Nếu  $ABC$  là một tam giác đều thì  $ABC$  là một tam giác cân và có một góc bằng  $60^\circ$ .

Hãy phát biểu các mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  tương ứng và xét tính đúng sai của chúng.

|| *Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  được gọi là **mệnh đề đảo** của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .*

Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.

|| *Nếu cả hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng ta nói  $P$  và  $Q$  là **hai mệnh đề tương đương**.*

|| *Khi đó ta kí hiệu  $P \Leftrightarrow Q$  và đọc là*

*$P$  tương đương  $Q$ , hoặc*

*$P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$ , hoặc*

*$P$  khi và chỉ khi  $Q$ .*

**Ví dụ 5.** a) Tam giác  $ABC$  cân và có một góc  $60^\circ$  là điều kiện cần và đủ để tam giác  $ABC$  đều.

b) Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.

#### V – KÍ HIỆU $\forall$ VÀ $\exists$

**Ví dụ 6.** Câu "Bình phương của mọi số thực đều lớn hơn hoặc bằng 0" là một mệnh đề. Có thể viết mệnh đề này như sau

$$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0 \text{ hay } x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Kí hiệu  $\forall$  đọc là "với mọi".



8

Phát biểu thành lời mệnh đề sau

$$\forall n \in \mathbb{Z} : n + 1 > n.$$

Mệnh đề này đúng hay sai ?

**Ví dụ 7.** Câu "Có một số nguyên nhỏ hơn 0" là một mệnh đề. Có thể viết mệnh đề này như sau

$$\exists n \in \mathbb{Z} : n < 0.$$

Kí hiệu  $\exists$  đọc là "có một" (tồn tại một) hay "có ít nhất một" (tồn tại ít nhất một).



9

Phát biểu thành lời mệnh đề sau

$$\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 = x.$$

Mệnh đề này đúng hay sai ?

**Ví dụ 8**

Nam nói "Mọi số thực đều có bình phương khác 1".

Minh phủ định "Không đúng. Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1, chẳng hạn số 1".

Như vậy, phủ định của mệnh đề

$$P : "\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 1",$$

là mệnh đề

$$\overline{P} : "\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = 1".$$



10

Hãy phát biểu mệnh đề phủ định của mệnh đề sau

$P$  : "Mọi động vật đều di chuyển được".

**Ví dụ 9**

Nam nói "Có một số tự nhiên  $n$  mà  $2n = 1$ ".

Minh phản bác "Không đúng. Với mọi số tự nhiên  $n$ , đều có  $2n \neq 1$ ".

Như vậy, phủ định của mệnh đề

$$P : "\exists n \in \mathbb{N} : 2n = 1"$$

là mệnh đề

$$\overline{P} : \text{"}\forall n \in \mathbb{N} : 2n \neq 1\text{"}.$$



11

Hãy phát biểu mệnh đề phủ định của mệnh đề sau

$P$  : "Có một học sinh của lớp không thích học môn Toán".

### Bài tập

1. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến ?
  - a)  $3 + 2 = 7$  ;
  - b)  $4 + x = 3$  ;
  - c)  $x + y > 1$  ;
  - d)  $2 - \sqrt{5} < 0$ .
2. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của nó.
  - a) 1794 chia hết cho 3 ;
  - b)  $\sqrt{2}$  là một số hữu tỉ ;
  - c)  $\pi < 3,15$  ;
  - d)  $|-125| \leq 0$ .
3. Cho các mệnh đề kéo theo

Nếu  $a$  và  $b$  cùng chia hết cho  $c$  thì  $a + b$  chia hết cho  $c$  ( $a, b, c$  là những số nguyên).

Các số nguyên có tận cùng bằng 0 đều chia hết cho 5.

Tam giác cân có hai đường trung tuyến bằng nhau.

Hai tam giác bằng nhau có diện tích bằng nhau.

a) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề trên.

b) Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện đủ".

c) Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần".

4. Phát biểu mỗi mệnh đề sau, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần và đủ".

a) Một số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và ngược lại.

b) Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là một hình thoi và ngược lại.

c) Phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi biệt thức của nó dương.

5. Dùng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết các mệnh đề sau
- Mọi số nhân với 1 đều bằng chính nó ;
  - Có một số cộng với chính nó bằng 0 ;
  - Mọi số cộng với số đối của nó đều bằng 0.
6. Phát biểu thành lời mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó
- $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$  ;
  - $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$  ;
  - $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$  ;
  - $\exists x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{x}$ .
7. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó
- $\forall n \in \mathbb{N} : n$  chia hết cho  $n$  ;
  - $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 = 2$  ;
  - $\forall x \in \mathbb{R} : x < x + 1$  ;
  - $\exists x \in \mathbb{R} : 3x = x^2 + 1$ .