

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

1. Hãy nêu định nghĩa của $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ và giải thích vì sao ta có

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha; k \in \mathbb{Z}.$$

2. Nêu định nghĩa của $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ và giải thích vì sao ta có

$$\tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha, k \in \mathbb{Z};$$

$$\cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha, k \in \mathbb{Z}.$$

3. Tính

a) $\sin \alpha$, nếu $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

b) $\cos \alpha$, nếu $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha$, nếu $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

d) $\cot \alpha$, nếu $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

4. Rút gọn các biểu thức

a) $\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha}$;

b) $\tan \alpha \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$;

c) $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}$;

d) $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2 \cos 4\alpha}$.

5. Không sử dụng máy tính, hãy tính

a) $\cos \frac{22\pi}{3}$;

b) $\sin \frac{23\pi}{4}$;

c) $\sin \frac{25\pi}{3} - \tan \frac{10\pi}{3}$;

d) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$.

6. Không sử dụng máy tính, hãy chứng minh

a) $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$;

b) $\tan 267^\circ + \tan 93^\circ = 0$;

c) $\sin 65^\circ + \sin 55^\circ = \sqrt{3} \cos 5^\circ$;

d) $\cos 12^\circ - \cos 48^\circ = \sin 18^\circ$.

7. Chứng minh các đồng nhất thức

a) $\frac{1 - \cos x + \cos 2x}{\sin 2x - \sin x} = \cot x$;

b) $\frac{\sin x + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$;

c) $\frac{2 \cos 2x - \sin 4x}{2 \cos 2x + \sin 4x} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$;

d) $\tan x - \tan y = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cos y}$.

8. Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc x

a) $A = \sin \left(\frac{\pi}{4} + x \right) - \cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$;

b) $B = \cos \left(\frac{\pi}{6} - x \right) - \sin \left(\frac{\pi}{3} + x \right)$;

c) $C = \sin^2 x + \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} + x \right)$;

d) $D = \frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} \cdot \cot x$.

Bài tập trắc nghiệm

Chọn phương án đúng trong các bài tập sau

9. Giá trị $\sin \frac{47\pi}{6}$ là

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (D) $-\frac{1}{2}$.

10. Cho $\cos a = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ với $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị $\tan a$ là

- (A) $-\frac{4}{\sqrt{5}}$; (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; (C) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$; (D) $-\frac{3}{\sqrt{5}}$.

11. Cho $a = \frac{5\pi}{6}$. Giá trị của biểu thức $\cos 3a + 2\cos(\pi - 3a)\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 1,5a\right)$ là

- (A) $\frac{1}{4}$; (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (C) 0; (D) $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$.

12. Giá trị của biểu thức $A = \frac{2\cos^2 \frac{\pi}{8} - 1}{1 + 8\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8}}$ là

- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{-\sqrt{3}}{4}$; (C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

13. Cho $\cot a = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $B = \frac{4\sin a + 5\cos a}{2\sin a - 3\cos a}$ là

- (A) $\frac{1}{17}$; (B) $\frac{5}{9}$; (C) 13; (D) $\frac{2}{9}$.

14. Cho $\tan a = 2$. Giá trị của biểu thức $C = \frac{\sin a}{\sin^3 a + 2\cos^3 a}$ là

- (A) $\frac{5}{12}$; (B) 1; (C) $-\frac{8}{11}$; (D) $-\frac{10}{11}$.



CHỈ DẪN LỊCH SỬ

Như mọi khoa học khác, Lượng giác phát sinh từ nhu cầu của đời sống. Sự phát triển của ngành Hàng hải đòi hỏi phải biết xác định vị trí của tàu bè ngoài biển khơi theo Mặt Trời lúc ban ngày và theo các vì sao lúc ban đêm. Các cuộc chiến tranh đòi hỏi phải biết xác định những khoảng cách lớn và lập những bản đồ. Người nông dân cần biết sự thay đổi của thời tiết trong năm để sản xuất cho kịp thời vụ, nên phải có lịch, v.v...

Các nhu cầu kể trên đã làm cho môn Lượng giác phát sinh và phát triển. Trước hết các nhà toán học Hy Lạp đã góp phần đáng kể vào việc phát triển môn Lượng giác và sau đó Ô-le là người đã xây dựng Lí thuyết hiện đại về Hàm số lượng giác trong cuốn "Mở đầu về Giải tích các đại lượng vô cùng bé" xuất bản năm 1748.



L. Ô-LE
(Leonhard Euler,
1707 – 1783)

Ô-LE

Ô-le là một trong những nhà toán học lớn nhất từ xưa đến nay. Ông sinh tại Ba-ơ (Thụy Sĩ). Ông đã phát triển tất cả các ngành Toán học, từ những vấn đề rất cụ thể như đường tròn Ô-le, cho tới những khái niệm hiện đại nhất nằm ở mũi nhọn của tiến bộ trong thời đại ông.

Ô-le đã tiến hành nghiên cứu những đề tài khoa học rất đa dạng như Cơ học, Lí luận âm nhạc, Lí thuyết về bản đồ địa lí, Khoa học hàng hải, các vấn đề về nước triều lên xuống, v.v... Ông thường bổ sung, hoàn bị những lí thuyết Toán học cũ, và nghiên cứu thêm những lí thuyết Toán học mới.

Trong cuộc đời mình, Ô-le đã viết trên 800 công trình về Toán học, Thiên văn và Địa lí. Ông đã đặt cơ sở cho nhiều ngành Toán học hiện nay đang được dạy ở bậc đại học.

Ô-le là người rất say mê và cần cù trong công việc. Ông không từ chối bất kì việc gì, dù khó đến đâu. Chẳng hạn, để giải một bài toán thiên văn, mà nhiều nhà toán học khác đòi hỏi một thời gian vài ba tháng, thì ông đã giải xong chỉ trong ba ngày. Do những cố gắng phi thường đó ông đã mắc bệnh và hỏng mắt mắt phải. Về sau, ông bị mù cả hai mắt. Tuy thế, ông vẫn tiếp tục lao động sáng tạo và không ngừng cống hiến xuất sắc cho khoa học trong suốt 15 năm cuối đời mình.



Tên của Ô-le được đặt cho một miệng núi lửa ở phần trông thấy được của Mặt Trăng.