

ÔN TẬP CUỐI NĂM

I – Câu hỏi

1. Hãy phát biểu các khẳng định sau đây dưới dạng điều kiện cần và đủ

Tam giác ABC vuông tại A thì $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Tam giác ABC có các cạnh thoả mãn hệ thức $BC^2 = AB^2 + AC^2$ thì vuông tại A .

2. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số

a) $y = -3x + 2$; b) $y = 2x^2$; c) $y = 2x^2 - 3x + 1$.

3. Phát biểu quy tắc xét dấu một nhị thức bậc nhất. Áp dụng quy tắc đó để giải bất phương trình

$$\frac{(3x - 2)(5 - x)}{(2 - 7x)} \geq 0.$$

4. Phát biểu định lí về dấu của một tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Áp dụng quy tắc đó, hãy xác định giá trị của m để tam thức sau luôn luôn âm.

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 1 - m.$$

5. Nêu các tính chất của bất đẳng thức. Áp dụng một trong các tính chất đó, hãy so sánh các số 2^{3000} và 3^{2000} .

6. a) Em hãy thu thập điểm trung bình học kì I về môn Toán của từng học sinh lớp mình.

b) Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp để trình bày các số liệu thống kê thu thập được theo các lớp $[0 ; 2)$, $[2 ; 4)$, $[4 ; 6)$, $[6 ; 8)$, $[8 ; 10]$.

7. Nêu các công thức biến đổi lượng giác đã học.

8. Nêu cách giải hệ hai bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải hệ

$$\begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - 3y \leq 1. \end{cases}$$

II – Bài tập

1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 4} - \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$.

a) Tìm tập xác định A của hàm số $f(x)$.

b) Giả sử $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 5\}$.

Hãy xác định các tập $A \setminus B$ và $\mathbb{R} \setminus (A \setminus B)$.

2. Cho phương trình

$$mx^2 - 2x - 4m - 1 = 0.$$

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị $m \neq 0$, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm giá trị của m để -1 là một nghiệm của phương trình. Sau đó tìm nghiệm còn lại.

3. Cho phương trình

$$x^2 - 4mx + 9(m-1)^2 = 0.$$

a) Xét xem với giá trị nào của m , phương trình trên có nghiệm.

b) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho, hãy tính tổng và tích của chúng. Tìm một hệ thức giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .

c) Xác định m để hiệu các nghiệm của phương trình bằng 4.

4. Chứng minh các bất đẳng thức sau

a) $5(x-1) < x^5 - 1 < 5x^4(x-1)$, nếu $x-1 > 0$;

b) $x^5 + y^5 - x^4y - xy^4 \geq 0$, biết rằng $x + y \geq 0$;

c) $\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} < 5$,

biết rằng a, b, c cùng lớn hơn $-\frac{1}{4}$ và $a + b + c = 1$.

5. Giải hệ phương trình sau bằng cách đưa về hệ phương trình dạng tam giác

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 5y - z = 9 \\ 5x - 2y - 3z = -3. \end{cases}$$

6. a) Xét dấu biểu thức

$$f(x) = 2x(x+2) - (x+2)(x+1).$$

b) Lập bảng biến thiên và vẽ trong cùng một hệ toạ độ vuông góc các đồ thị của các hàm số sau

$$y = 2x(x + 2) \quad (C_1)$$

$$y = (x + 2)(x + 1) \quad (C_2).$$

Tính toạ độ các giao điểm A và B của (C_1) và (C_2) .

c) Tính các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị lớn nhất bằng 8 và đồ thị của nó đi qua A và B .

7. Chứng minh các hệ thức sau

$$\text{a) } \frac{1 - 2\sin^2 a}{1 + \sin 2a} = \frac{1 - \tan a}{1 + \tan a}; \quad \text{b) } \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a} = \tan 3a;$$

$$\text{c) } \frac{\sin^4 a - \cos^4 a + \cos^2 a}{2(1 - \cos a)} = \cos^2 \frac{a}{2}; \quad \text{d) } \frac{\tan 2x \tan x}{\tan 2x - \tan x} = \sin 2x.$$

8. Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } \frac{1 + \sin 4a - \cos 4a}{1 + \cos 4a + \sin 4a}; \quad \text{b) } \frac{1 + \cos a}{1 - \cos a} \tan^2 \frac{a}{2} - \cos^2 a;$$

$$\text{c) } \frac{\cos 2x - \sin 4x - \cos 6x}{\cos 2x + \sin 4x - \cos 6x}.$$

9. Tính

$$\text{a) } 4(\cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ).$$

$$\text{b) } 96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{c) } \tan 9^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ.$$

10. Rút gọn

$$\text{a) } \cos \frac{x}{5} \cos \frac{2x}{5} \cos \frac{4x}{5} \cos \frac{8x}{5}; \quad \text{b) } \sin \frac{x}{7} + 2 \sin \frac{3x}{7} + \sin \frac{5x}{7}.$$

11. Chứng minh rằng trong một tam giác ABC ta có

$$\text{a) } \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C \quad (\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C} \text{ cùng khác } \frac{\pi}{2});$$

$$\text{b) } \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

12. Không sử dụng máy tính, hãy tính

$$\frac{\sin 40^\circ - \sin 45^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 40^\circ - \cos 45^\circ + \cos 50^\circ} = \frac{6(\sqrt{3} + 3 \tan 15^\circ)}{3 - \sqrt{3} \tan 15^\circ}.$$