§2. Hai đường thẳng song song

I – CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.*

2. *Hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không cùng nằm trong một mặt phẳng.*

3. *Định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng*

Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

4. *Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).*

5. *Ba đoạn thẳng nối trung điểm các cạnh đối diện của một tứ diện đồng quy tại trung điểm G của mỗi đoạn. Điểm G đó gọi là trọng tâm của tứ diện.*

6. *Một mặt phẳng được xác định nếu nó đi qua hai đường thẳng song song.*

II - ĐỀ BÀI

22. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

a) Có thể tìm được hai đường thẳng song song cùng cắt hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

b) Có thể tìm được hai đường thẳng cắt nhau cùng cắt hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

c) Không thể tìm được hai đường thẳng song song hoặc hai đường thẳng cắt nhau cùng cắt hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Chứng minh rằng các cặp đường thẳng sau đây chéo nhau : SA và BC ; SA và CD ; SB và CD ; SB và DA ; SC và AD ; SC và AB ; SD và AB ; SD và BC.

24. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có AD cắt BC. Hãy tìm điểm M nằm trên cạnh SD và điểm N trên cạnh SC sao cho $AM \,//\, BN$.

25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC và SD. Chứng minh rằng :

a) $ME \,//\, AC$, $NF \,//\, BD$;

b) Ba đường thẳng ME, NF và SO (O là giao điểm của AC và BD) đồng quy ;

c) Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

26. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA. Chứng minh rằng :

a) Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng ;

b) Tứ giác $MNEF$ là hình thoi ;

c) Ba đường thẳng ME, NF và SO đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).

27. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BC và BD ; E là một điểm thuộc cạnh AD khác với A và D.

a) Xác định thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mp(IJE).

b) Tìm vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.

c) Tìm điều kiện của tứ diện $ABCD$ và vị trí của điểm E trên cạnh AD để thiết diện là hình thoi.

28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SAD ; E là trung điểm của CB.

a) Chứng minh rằng $MN \,//\, BD$.

b) Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mp(MNE).

c) Gọi H và L lần lượt là các giao điểm của mp(MNE) với các cạnh SB và SD. Chứng minh rằng $LH \,//\, BD$.

29. Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng :

a) Các đoạn thẳng đi qua mỗi đỉnh và trọng tâm của mặt đối diện đồng quy tại một điểm G và điểm G chia trong mỗi đoạn thẳng đó theo tỉ lệ 3 : 1 kể từ đỉnh đến trọng tâm của mặt đối diện ;

b) Điểm G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

30. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và AB.

a) Hãy xác định điểm $I \in AC$, $J \in DN$ sao cho $IJ \,//\, BM$.

b) Tính độ dài đoạn thẳng IJ theo a.

31. Cho tứ diện $ABCD$ và bốn điểm M, N, E, F lần lượt nằm trên các cạnh AB, BC, CD và DA. Chứng minh rằng :

a) Nếu bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng thì $\dfrac{MA}{MB} \cdot \dfrac{NB}{NC} \cdot \dfrac{EC}{ED} \cdot \dfrac{FD}{FA} = 1$;

b) Nếu $\dfrac{MA}{MB} \cdot \dfrac{NB}{NC} \cdot \dfrac{EC}{ED} \cdot \dfrac{FD}{FA} = 1$ thì bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC, N là trung điểm của OB (O là giao điểm của BD và AC).

a) Tìm giao điểm I của SD và mặt phẳng (AMN).

b) Tính tỉ số $\dfrac{SI}{ID}$.