

Bài tập ôn tập chương II

68. Chứng minh rằng nếu n đường thẳng ($n \geq 3$) đôi một cắt nhau và không đồng phẳng thì chúng đồng quy.
69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD, AB > CD$). Gọi E là giao điểm của AD và BC ; M là trung điểm của AB ; G là trọng tâm của tam giác ECD .
- a) Chứng minh rằng các điểm S, E, M, G cùng thuộc một mặt phẳng và mặt phẳng này cắt cả hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) theo cùng một đường thẳng Δ .
- b) Gọi C_1 và D_1 là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh SC, SD sao cho AD_1 và BC_1 cắt nhau tại K . Chứng minh các điểm S, K, E thẳng hàng và giao điểm O_1 của AC_1 với BD_1 thuộc Δ .
70. Trong $mp(P)$, cho hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O . Hai điểm A, B nằm ngoài $mp(P)$ và đường thẳng AB cắt $mp(P)$ tại C sao cho $C \notin a, C \notin b$. Một mặt phẳng (Q) thay đổi luôn đi qua AB và cắt hai đường thẳng a, b lần lượt tại A_1 và B_1 .
- a) Chứng minh rằng đường thẳng A_1B_1 luôn đi qua một điểm cố định.
- b) Gọi I là giao điểm của AA_1 và BB_1 , J là giao điểm của AB_1 và BA_1 . Chứng minh rằng mỗi điểm I và J chạy trên một đường thẳng cố định.
- c) Chứng minh rằng đường thẳng IJ luôn đi qua một điểm cố định.

71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M, I, J, O lần lượt là trung điểm của SD, AB, CD, IJ .
- Chứng minh rằng nếu G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và ABC thì $G_1G_2 // MJ$.
 - Chứng minh rằng tám đường thẳng mà mỗi đường thẳng đi qua trung điểm của một cạnh hình chóp và trọng tâm của tam giác tạo bởi ba đỉnh hình chóp không nằm trên cạnh nói trên đồng quy tại một điểm G .
 - Chứng minh rằng điểm G nằm trên đoạn thẳng SO và $GS = 4GO$.
72. Cho hình chóp $S.ABC$ và một điểm M nằm trong tam giác ABC . Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ tại A', B', C' .
- Gọi N là giao điểm của SA' với BC . Chứng minh rằng các điểm A, M, N thẳng hàng và từ đó suy ra cách dựng điểm A' .
 - Chứng minh rằng $\frac{S_{MBC}}{S_{ABC}} = \frac{MA'}{SA}$;
 - Chứng minh rằng $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = 1$.
73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Một mặt phẳng (P) lần lượt cắt các cạnh SA, SB, SC tại A', B', C' . Gọi O là giao điểm của AC và BD ; I là giao điểm của $A'C'$ và SO .
- Tìm giao điểm D' của mp (P) với cạnh SD .
 - Chứng minh rằng $\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{2SO}{SI}$.
 - Chứng minh rằng $\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'}$.
74. Cho tứ diện $ABCD$. Một mặt phẳng (α) song song với cả AC và BD cắt các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt tại các điểm P, Q, R, S .
- Chứng minh rằng tứ giác $PQRS$ là hình bình hành.
 - Xác định vị trí của điểm P trên cạnh AB để tứ giác $PQRS$ là hình thoi.

75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD ; M là trung điểm của cạnh SA .
- Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (P) qua M , song song với SO và BC .
 - Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (Q) qua O , song song với BM và SD .
76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AD \parallel BC, AD > BC$). Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA .
- Chứng minh rằng: $MN \parallel (SBC)$; $(MNE) \parallel (SBC)$.
 - Trong tam giác SAD vẽ $EF \parallel AD$ ($F \in SD$). Chứng minh rằng F là giao điểm của mặt phẳng (MNE) với SD . Từ đó suy ra thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp (MNE) là hình gì?
 - Chứng minh rằng $SC \parallel (MNE)$. Đường thẳng AF có song song với mp (SBC) hay không?
 - Cho M, N là hai điểm cố định lần lượt nằm trên các cạnh AB, CD sao cho $MN \parallel AD$ và E, F là hai điểm di động lần lượt trên các cạnh SA, SD sao cho $EF \parallel AD$. Gọi I là giao điểm của ME và NF thì I di động trên đường nào?
77. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.
- Chứng minh rằng đường chéo B_1D cắt mp (A_1BC_1) tại điểm G sao cho $B_1G = \frac{1}{2}GD$ và G là trọng tâm tam giác A_1BC_1 .
 - Chứng minh rằng $(D_1AC) \parallel (BA_1C_1)$ và trọng tâm G' của tam giác D_1AC cũng nằm trên B_1D và $B_1G' = \frac{2}{3}B_1D$.
 - Gọi P, Q, R lần lượt là các điểm đối xứng của điểm B_1 qua A, D_1 và C . Chứng minh rằng $(PQR) \parallel (BA_1C_1)$.
 - Chứng minh rằng D là trọng tâm tứ diện B_1PQR .