

§9. Số thập phân hữu hạn. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Số 0,323232... có phải là số hữu tỉ không ?

1. Số thập phân hữu hạn. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Ví dụ 1 : Viết các phân số $\frac{3}{20}$, $\frac{37}{25}$ dưới dạng số thập phân.

Ta có : $\begin{array}{r} 3,0 \\ 100 \\ 0 \end{array} \left \begin{array}{r} 20 \\ \hline 0,15 \end{array} \right.$	$\begin{array}{r} 37 \\ 120 \\ 200 \\ 0 \end{array} \left \begin{array}{r} 25 \\ \hline 1,48 \end{array} \right.$
--	--

Vậy : $\frac{3}{20} = 0,15$; $\frac{37}{25} = 1,48$.

Ví dụ 2 : Viết phân số $\frac{5}{12}$ dưới dạng số thập phân.

Ta có : $\begin{array}{r} 5,0 \\ 20 \\ 80 \\ 80 \\ 8 \\ \vdots \end{array} \left \begin{array}{r} 12 \\ \hline 0,4166... \end{array} \right.$	
--	--

Phép chia này không bao giờ chấm dứt. Nếu cứ tiếp tục chia thì trong thương, chữ số 6 sẽ được lặp đi lặp lại. Ta nói rằng khi chia 5 cho 12, ta được một số (số 0,4166...), đó là một *số thập phân vô hạn tuần hoàn*. Số 0,4166... được viết gọn là 0,41(6). Kí hiệu (6) chỉ rằng chữ số 6 được lặp lại vô hạn lần. Số 6 gọi là *chu kì* của số thập phân vô hạn tuần hoàn 0,41(6).

Tương tự : $\frac{1}{9} = 0,111... = 0,(1)$; 0,(1) là một số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì là 1.

$$-\frac{17}{11} = -1,5454\dots = -1,(54) ; -1,(54) \text{ là số thập phân vô hạn}$$

tuần hoàn có chu kì là 54.

- **Chú ý :** Các số thập phân như 0,15 ; 1,48 nêu ở Ví dụ 1 còn được gọi là *số thập phân hữu hạn*.

2. Nhận xét

Người ta chứng minh được rằng :

– Nếu một phân số *tối giản* với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

– Nếu một phân số *tối giản* với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ :

Phân số $\frac{-6}{75}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn vì : $\frac{-6}{75} = \frac{-2}{25}$, mẫu

$25 = 5^2$ không có ước nguyên tố khác 2 và 5.

Ta có : $\frac{-6}{75} = -0,08$.

Phân số $\frac{7}{30}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì mẫu

$30 = 2.3.5$ có ước nguyên tố 3 khác 2 và 5.

Ta có : $\frac{7}{30} = 0,2333\dots = 0,2(3)$.

? Trong các phân số sau đây phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ?

Viết dạng thập phân của các phân số đó.

$$\frac{1}{4} ; \frac{-5}{6} ; \frac{13}{50} ; \frac{-17}{125} ; \frac{11}{45} ; \frac{7}{14}$$

• Người ta đã chứng minh được rằng mỗi số thập phân vô hạn tuần hoàn đều là một số hữu tỉ.

Ví dụ : $0,(4) = 0,(1) \cdot 4 = \frac{1}{9} \cdot 4 = \frac{4}{9}$.

Như vậy :

Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

Bài tập

65. Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn rồi viết chúng dưới dạng đó :

$$\frac{3}{8} ; \frac{-7}{5} ; \frac{13}{20} ; \frac{-13}{125}$$

66. Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn rồi viết chúng dưới dạng đó :

$$\frac{1}{6} ; \frac{-5}{11} ; \frac{4}{9} ; \frac{-7}{18}$$

67. Cho $A = \frac{3}{2 \cdot \square}$.

Hãy điền vào ô vuông một số nguyên tố có một chữ số để A viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Có thể điền mấy số như vậy ?

Luyện tập

68. a) Trong các phân số sau đây, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Giải thích.

$$\frac{5}{8} ; \frac{-3}{20} ; \frac{4}{11} ; \frac{15}{22} ; \frac{-7}{12} ; \frac{14}{35}$$

- b) Viết các phân số trên dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn (viết gọn với chu kì trong dấu ngoặc).
69. Dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kì trong thương (viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn) của các phép chia sau :

a) $8,5 : 3 ;$

b) $18,7 : 6 ;$

c) $58 : 11 ;$

d) $14,2 : 3,33.$

70. Viết các số thập phân hữu hạn sau đây dưới dạng phân số tối giản :
- a) 0,32 ; b) $-0,124$; c) 1,28 ; d) $-3,12$.
71. Viết các phân số $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ dưới dạng số thập phân.
72. **Đố :** Các số sau đây có bằng nhau không ?
 $0,(31)$; $0,3(13)$.