

§5. Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác góc - cạnh - góc (g.c.g)

Thêm một cách nữa để nhận biết hai tam giác bằng nhau

1. Vẽ tam giác biết một cạnh và hai góc kề

Bài toán : Vẽ tam giác ABC biết $BC = 4\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$.

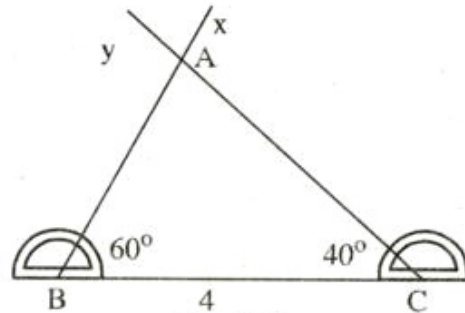
Giải (h.92)

– Vẽ đoạn thẳng $BC = 4\text{cm}$.

– Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC, vẽ các tia Bx và Cy sao cho $\widehat{CBx} = 60^\circ$, $\widehat{BCy} = 40^\circ$.

Hai tia trên cắt nhau tại A, ta được tam giác ABC.

Lưu ý : Ta gọi góc B và góc C là hai góc kề cạnh BC. Khi nói một cạnh và hai góc kề, ta hiểu hai góc này là hai góc ở vị trí kề cạnh đó.



Hình 92

2. Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc

?1 Vẽ thêm tam giác $A'B'C'$ có : $B'C' = 4\text{cm}$, $\hat{B}' = 60^\circ$, $\hat{C}' = 40^\circ$.

Hãy đo để kiểm nghiệm rằng $AB = A'B'$. Vì sao ta kết luận được $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$?

• Ta thừa nhận tính chất cơ bản sau :

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

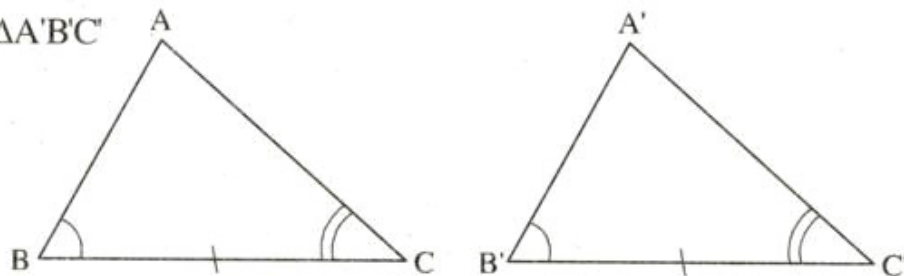
Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$

có :

$$\hat{B} = \hat{B}'$$

$$BC = B'C'$$

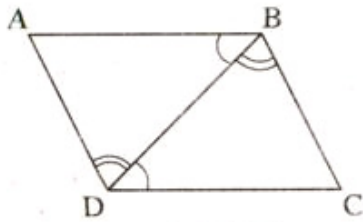
$$\hat{C} = \hat{C}'$$



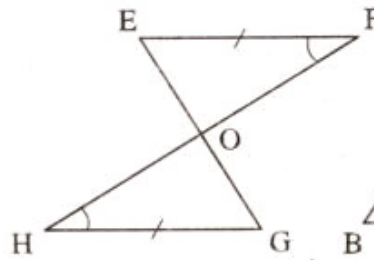
Hình 93

thì $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (h.93)

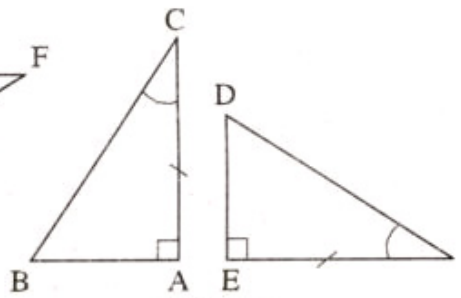
?? Tìm các tam giác bằng nhau ở mỗi hình 94, 95, 96.



Hình 94



Hình 95



Hình 96

3. Hệ quả

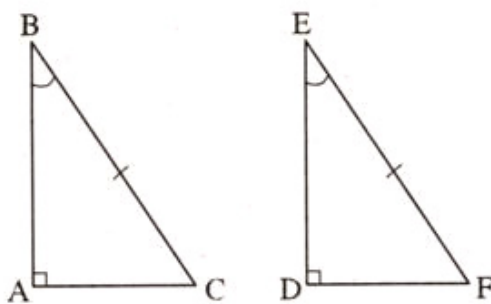
Từ trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc của hai tam giác, ta có các hệ quả :

Hệ quả 1 : Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

Học sinh tự chứng minh hệ quả 1.

Hệ quả 2 :

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hình 97

GT	$\Delta ABC, \hat{A} = 90^\circ$ $\Delta DEF, \hat{D} = 90^\circ$ $BC = EF, \hat{B} = \hat{E}$
KL	$\Delta ABC = \Delta DEF$

Chứng minh (h.97) : Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau nên :

$$\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$$

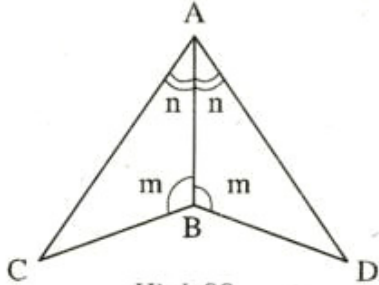
$$\hat{F} = 90^\circ - \hat{E}.$$

Ta lại có $\hat{B} = \hat{E}$ (giả thiết) suy ra $\hat{C} = \hat{F}$.

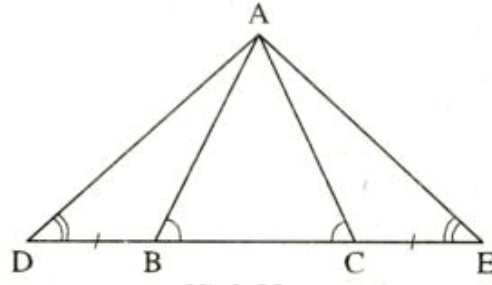
Từ đó suy ra $\Delta ABC = \Delta DEF$ (g.c.g).

Bài tập

33. Vẽ tam giác ABC biết $AC = 2\text{cm}$, $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{C} = 60^\circ$.
34. Trên mỗi hình 98, 99 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?



Hình 98

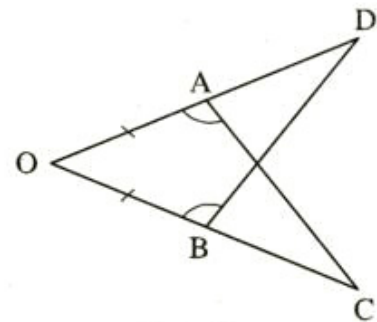


Hình 99

35. Cho góc xOy khác góc bẹt, Ot là tia phân giác của góc đó. Qua điểm H thuộc tia Ot , kẻ đường vuông góc với Ot , nó cắt Ox và Oy theo thứ tự ở A và B .
- a) Chứng minh rằng $OA = OB$.
- b) Lấy điểm C thuộc tia Ot , chứng minh rằng $CA = CB$ và $\widehat{OAC} = \widehat{OBC}$.

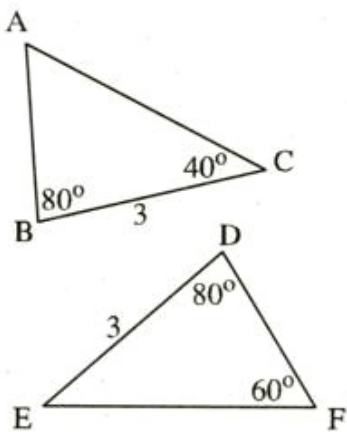
Luyện tập 1

36. Trên hình 100 ta có $OA = OB$, $\widehat{OAC} = \widehat{OBD}$.
Chứng minh rằng $AC = BD$.

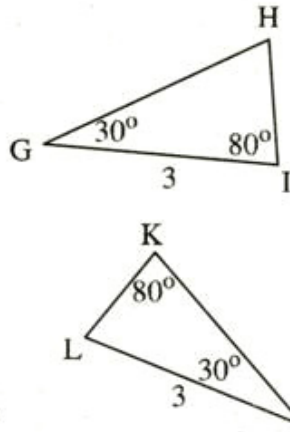


Hình 100

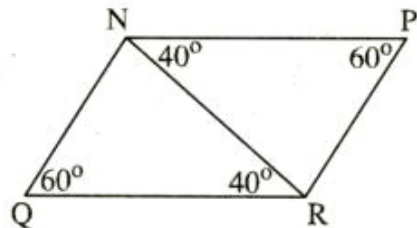
37. Trên mỗi hình 101, 102, 103 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?



Hình 101



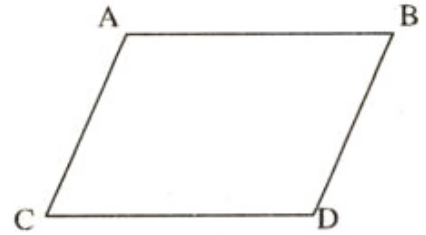
Hình 102



Hình 103

Lưu ý : Trong một bài toán, khi không ghi đơn vị độ dài, ta quy định rằng các độ dài có cùng đơn vị.

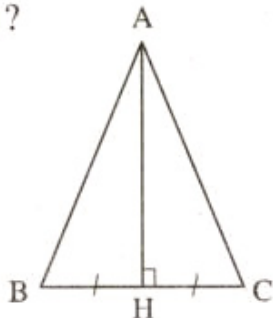
38. Trên hình 104 ta có $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$. Hãy chứng minh rằng $AB = CD$, $AC = BD$.



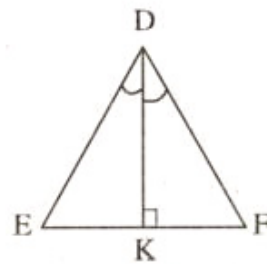
Hình 104

Luyện tập 2

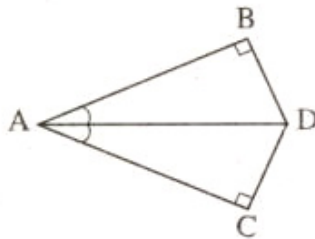
39. Trên mỗi hình 105, 106, 107, 108 có các tam giác vuông nào bằng nhau? Vì sao?



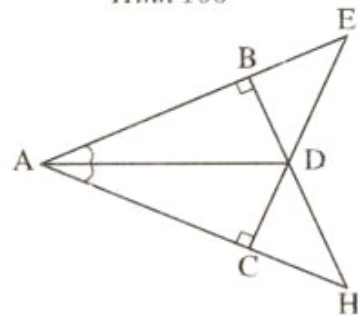
Hình 105



Hình 106

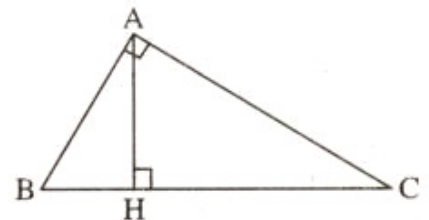


Hình 107



Hình 108

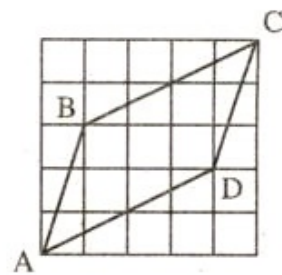
40. Cho tam giác ABC ($AB \neq AC$), tia Ax đi qua trung điểm M của BC. Kẻ BE và CF vuông góc với Ax ($E \in Ax$, $F \in Ax$). So sánh các độ dài BE và CF.
41. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I. Vẽ $ID \perp AB$ ($D \in AB$), $IE \perp BC$ ($E \in BC$), $IF \perp AC$ ($F \in AC$). Chứng minh rằng $ID = IE = IF$.
42. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$ (h.109). Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Các tam giác AHC và BAC có AC là cạnh chung, \widehat{C} là góc chung, $\widehat{AHC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$, nhưng hai tam giác đó không bằng nhau. Tại sao ở đây không thể áp dụng trường hợp góc - cạnh - góc để kết luận $\Delta AHC = \Delta BAC$?



Hình 109

Luyện tập về ba trường hợp
bằng nhau của tam giác

43. Cho góc xOy khác góc bẹt. Lấy các điểm A, B thuộc tia Ox sao cho $OA < OB$. Lấy các điểm C, D thuộc tia Oy sao cho $OC = OA, OD = OB$. Gọi E là giao điểm của AD và BC . Chứng minh rằng :
- a) $AD = BC$;
 - b) $\triangle EAB = \triangle ECD$;
 - c) OE là tia phân giác của góc xOy .
44. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = \widehat{C}$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D . Chứng minh rằng :
- a) $\triangle ADB = \triangle ADC$;
 - b) $AB = AC$.
45. **Đố :** Cho bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trên giấy kẻ ô vuông như ở hình 110. Hãy dùng lập luận để giải thích :
- a) $AB = CD, BC = AD$;
 - b) $AB \parallel CD$.



Hình 110