

## §11. Số vô tỉ. Khái niệm về căn bậc hai

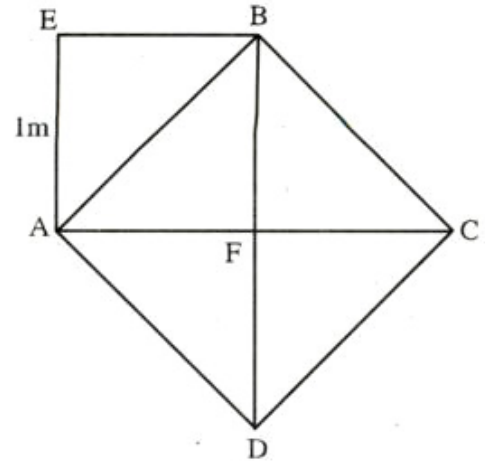
Có số hữu tỉ nào mà bình phương bằng 2 không ?

### 1. Số vô tỉ

**Xét bài toán :** Cho hình 5, trong đó hình vuông AEBF có cạnh bằng 1m, hình vuông ABCD có cạnh AB là một đường chéo của hình vuông AEBF.

- Tính diện tích hình vuông ABCD.
- Tính độ dài đường chéo AB.

• Có thể thấy ngay diện tích hình vuông ABCD bằng hai lần diện tích hình vuông AEBF tức là bằng  $2.1.1 = 2(m^2)$ .



Hình 5

• Nếu gọi  $x(m)$  ( $x > 0$ ) là độ dài cạnh AB của hình vuông ABCD thì ta có  $x^2 = 2$ . Người ta đã chứng minh được rằng không có số hữu tỉ nào mà bình phương bằng 2 và đã tính được

$$x = 1,4142135623730950488016887\dots$$

Số này là một số thập phân vô hạn mà ở phần thập phân của nó không có một chu kỳ nào cả. Đó là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Ta gọi những số như vậy là số vô tỉ.



Số vô tỉ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Tập hợp các số vô tỉ được kí hiệu là **I**.

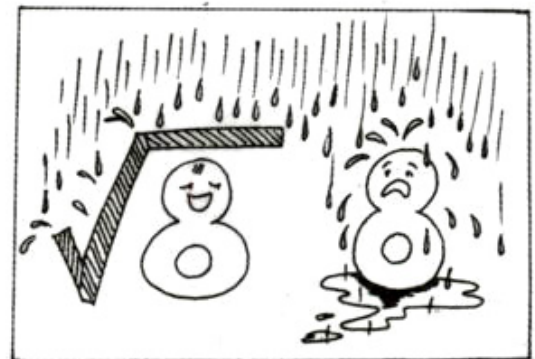
### 2. Khái niệm về căn bậc hai

Nhận xét :  $3^2 = 9$  ;  $(-3)^2 = 9$ .

Ta nói 3 và -3 là các căn bậc hai của 9.

Ta có định nghĩa :

Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho  $x^2 = a$ .



**?1** Tìm các căn bậc hai của 16.

• Người ta chứng minh được rằng : Số dương  $a$  có đúng hai căn bậc hai, một số dương kí hiệu là  $\sqrt{a}$  và một số âm kí hiệu là  $-\sqrt{a}$ . Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0, cũng viết  $\sqrt{0} = 0$ .

Ví dụ : Số dương 4 có hai căn bậc hai là  $\sqrt{4} = 2$  và  $-\sqrt{4} = -2$ .

► **Chú ý :** Không được viết  $\sqrt{4} = \pm 2$  !

Số dương 2 có hai căn bậc hai là  $\sqrt{2}$  và  $-\sqrt{2}$ . Như vậy, trong bài toán nêu ở mục 1,  $x^2 = 2$  và  $x > 0$  nên  $x = \sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$  là độ dài đường chéo của hình vuông có cạnh bằng 1.

**?2** Viết các căn bậc hai của 3 ; 10 ; 25.

• Có thể chứng minh rằng các số  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$ , ... là những số vô tỉ.

## Bài tập

82. Theo mẫu : Vì  $2^2 = 4$  nên  $\sqrt{4} = 2$ , hãy hoàn thành bài tập sau :

a) Vì  $5^2 = \dots$  nên  $\sqrt{\dots} = 5$  ;

b) Vì  $7^2 = 49$  nên  $\dots = 7$  ;

c) Vì  $1^2 = 1$  nên  $\sqrt{1} = \dots$  ;

d) Vì  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \dots$  nên  $\dots = \dots$ .

83. Ta có  $\sqrt{25} = 5$  ;  $-\sqrt{25} = -5$  ;  $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ .

Theo mẫu trên, hãy tính :

a)  $\sqrt{36}$  ;    b)  $-\sqrt{16}$  ;    c)  $\sqrt{\frac{9}{25}}$  ;    d)  $\sqrt{3^2}$  ;    e)  $\sqrt{(-3)^2}$ .

84. Nếu  $\sqrt{x} = 2$  thì  $x^2$  bằng :

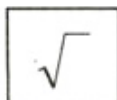
A) 2 ;    B) 4 ;    C) 8 ;    D) 16.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

85. Điền số thích hợp vào ô trống :

x	4		0,25		$(-3)^2$		$10^4$		$\frac{9}{4}$	
$\sqrt{x}$		4		0,25		$(-3)^2$		$10^4$		$\frac{9}{4}$

86. Sử dụng máy tính bỏ túi.



Nút dấu căn bậc hai :

Tính	Nút ấn	Kết quả
$\sqrt{5,7121}$	5 . 7 1 2 1 $\sqrt{\phantom{x}}$	2,39
$\sqrt{108.48}$	1 0 8 $\times$ 4 8 = $\sqrt{\phantom{x}}$	72
$\sqrt{\frac{6,3+8,2}{3,5}}$	6 . 3 + 8 . 2 = $\div$ 3 . 5 = $\sqrt{\phantom{x}}$	2,0354009
$\frac{\sqrt{7,9}}{1,5}$	7 . 9 $\sqrt{\phantom{x}}$ $\div$ 1 . 5 =	1,8737959

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

$$\sqrt{3783025} ; \sqrt{1125.45} ; \sqrt{\frac{0,3+1,2}{0,7}} ; \frac{\sqrt{6,4}}{1,2}$$



### Có thể em chưa biết

• Ngay từ thời xa xưa, con người đã biết đến sự tồn tại của số vô tỉ (chẳng hạn như tỉ số giữa đường chéo hình vuông và cạnh của nó). Thuật ngữ "vô tỉ" do nhà bác học Đức Xti-phen (Stifel) đề xuất năm 1544. Từ "vô tỉ" theo chữ La-tinh là irrationalis có nghĩa là "không hợp lí".

• Kí hiệu căn bậc hai được nhà toán học Đức Ru-đôn-phơ (Rudolff) dùng đầu tiên năm 1525 dưới dạng V (gần giống chữ cái La-tinh  $\gamma$  trong từ radix có nghĩa là "căn").

Đến năm 1637, nhà toán học Pháp Đê-các (Descartes) mới đưa thêm gạch ngang trên biểu thức lấy căn, chẳng hạn  $\sqrt{a+b}$ .