D. NỘI DUNG CHI TIẾT

§1. NGUYÊN HÀM (2 tiết)

I – MỤC TIÊU

Kiến thức

Giúp học sinh :

– Hiểu được định nghĩa của nguyên hàm, các tính chất cơ bản của nguyên hàm ;

– Nhớ được nguyên hàm của một số hàm số thường gặp.

Kĩ năng

Giúp học sinh :

Vận dụng được các tính chất cơ bản của nguyên hàm, để từ nguyên hàm của một số hàm số thường gặp có thể tìm được nguyên hàm của các hàm số khác phức tạp hơn.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

Trước đây, trong SGK hợp nhất năm 2000 và trong sách thí điểm, kí hiệu $\int f(x)\mathrm{d}x$ dùng để chỉ họ tất cả các nguyên hàm của hàm số f.

Trong lần viết SGK mới này, kí hiệu $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ còn dùng để chỉ một nguyên hàm bất kì của hàm số f, tức là là một hàm số thông thường chứ không phải là một tập hợp nữa.

Nói cách khác, ta không phân biệt hai hàm số chỉ khác nhau một hằng số, coi hai hàm số sai khác nhau một hằng số chỉ là một hàm số. Khi đó nguyên hàm của f là duy nhất (sai khác một hằng số) và được kí hiệu bởi $\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

Do vậy nếu F là một nguyên hàm của f thì $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C$ với C là hằng số.

Cách hiểu kí hiệu như vậy có những ưu điểm sau :

1) Viết $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C$ là hoàn toàn chính xác.

2) Chứng minh được dễ dàng công thức trong định lí 2 §1, công thức lấy nguyên hàm từng phần.

3) Ở §3 Tích phân, ta dùng kí hiệu rất trực quan và tiện lợi là :

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \left(\int f(x)\,\mathrm{d}x\right)\Big|_a^b.$$

Kí hiệu này cho học sinh thấy mối liên hệ giữa kí hiệu tích phân của f từ a đến b với kí hiệu nguyên hàm $\int f(x)\,\mathrm{d}x$. Do đó nguyên hàm $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ còn được gọi là tích phân bất định của f.

Sử dụng kí hiệu này, từ công thức đổi biến số và công thức lấy nguyên hàm từng phần ta nhận được ngay các công thức tương ứng trong tích phân.

Định lí 2 có thể diễn đạt bằng lời như sau : *Để tìm một nguyên hàm của $f + g$ ta lấy một nguyên hàm của f cộng với một nguyên hàm của g. Để tìm một nguyên hàm của kf ta lấy k nhân với một nguyên hàm của f.*

Khi $\alpha \neq -1$, công thức $\int x^{\alpha}\,dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (SGK tr. 139) được xét trên $(0\,;+\infty)$; tuy nhiên khi $\alpha > 0$, ta có thể coi hàm số $y = x^{\alpha}$ xác định trên $[0\,;+\infty)$ (tức là coi $0^{\alpha} = 0$). Khi đó công thức trên vẫn đúng trên $[0\,;+\infty)$; hơn nữa ta có thể viết $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*, x \geq 0$.

III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

* ***Gợi ý phân phối thời gian :*** Bài này gồm 2 tiết.

Tiết đầu giới thiệu khái niệm nguyên hàm. Tiết còn lại giới thiệu nguyên hàm của một số hàm số thường gặp ; hai tính chất cơ bản của nguyên hàm và cách vận dụng hai tính chất đó để tìm nguyên hàm của các hàm số phức tạp hơn.

3. Khẳng định đúng là (C).

4. Đúng vì $-\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của f.

* ***Đồ dùng dạy học :*** Giáo viên chuẩn bị bảng các nguyên hàm của một số hàm số thường gặp và treo trong giờ học.

* ***Gợi ý về hoạt động trên lớp***

Bài toán mở đầu có mục đích cho học sinh thấy sự cần thiết của khái niệm nguyên hàm.

H1 $f(x) = 4\sin 2x$.

H2 *Mục đích :* Cho học sinh tập vận dụng bảng một số nguyên hàm thường gặp để tìm nguyên hàm.

Giải

a) $\int \frac{dx}{x^3} = \int x^{-3}\,dx = \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + C = \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{2x^2} + C$.

b) $\int \sin 2x\,dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C$.

H3 *Mục đích :* Cho học sinh tập vận dụng định lí 2 và bảng một số nguyên hàm cơ bản để tìm nguyên hàm các hàm số khác.

Giải

a) $\int (x^3 + 2x^2 - 4)dx = \int x^3\,dx + \int 2x^2\,dx - \int 4\,dx = \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 - 4x + C$.

b) Viết $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$. Suy ra $\int \cos^2 x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. a) $x^3 + \frac{x^2}{4} + C$; b) $\frac{x^4}{2} - \frac{5x^2}{2} + 7x + C$;

c) $-\frac{1}{x} - \frac{x^3}{3} - \frac{x}{3} + C$; d) $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$; e) $\frac{10^{2x}}{2\ln 10} + C$.

2. a) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$; b) $2\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$;

c) $2x - \sin 2x + C$; d) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C$.