§3. LÔGARIT (3 tiết)

I – MỤC TIÊU

Kiến thức

Giúp học sinh :

– Hiểu định nghĩa lôgarit theo cơ số dương khác 1 dựa vào khái niệm luỹ thừa của chính cơ số đó.

– Thấy được các phép toán nâng lên luỹ thừa và lấy lôgarit theo cùng một cơ số là hai phép toán ngược của nhau.

– Hiểu rõ các tính chất và công thức đổi cơ số của lôgarit.

– Thấy được một vài ứng dụng của lôgarit thập phân trong tính toán.

Kĩ năng

Giúp học sinh vận dụng được định nghĩa, các tính chất và công thức đổi cơ số của lôgarit để giải các bài tập.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Những lưu ý về luỹ thừa trong SGK trước khi định nghĩa lôgarit nhằm khẳng định rằng định nghĩa này là hợp lí, tức là khi cho trước số dương a khác 1 và số dương b thì luôn tồn tại duy nhất $\log_a b$.

2. Để giúp học sinh dễ nhớ và vận dụng tốt các tính chất của lôgarit, SGK đã chia các tính chất của lôgarit thành ba nhóm :

– Nhóm 1 gồm các tính chất đơn giản, trực tiếp suy ra từ định nghĩa lôgarit.

– Nhóm 2 gồm những tính chất dùng để so sánh hai lôgarit.

– Nhóm 3 gồm những tính chất được coi như những quy tắc tính lôgarit.

3. Công thức đổi cơ số của lôgarit cũng là một tính chất của lôgarit, song được tách riêng nhằm nhấn mạnh giá trị ứng dụng nó trong tính toán.

4. Khác với phép chứng minh các tính chất của luỹ thừa với số mũ thực, phép chứng minh các tính chất của lôgarit rất đơn giản, phù hợp với sự tiếp thu của học sinh. Vì vậy, giáo viên nên gợi ý để học sinh tự chứng minh các tính chất của lôgarit.

5. Cần quan tâm đến ứng dụng của lôgarit thập phân trong tính toán.

III – GỢI Ý DẠY HỌC

*** *Dự kiến phân phối thời gian :*** 3 tiết.

– Tiết 1, dạy định nghĩa và các nhóm tính chất 1 và 2 (hết ví dụ 3).

– Tiết 2, dạy nhóm tính chất 3 và công thức đổi cơ số của lôgarit.

– Tiết 3, dạy lôgarit thập phân và ứng dụng.

*** *Gợi ý về các hoạt động trên lớp***

H1 *Mục đích :* Áp dụng tính chất đơn giản của lôgarit để tính được giá trị của các biểu thức lôgarit và các biểu thức luỹ thừa.

Giải

a) $\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$; $\log_{10} \frac{1}{\sqrt[3]{10}} = \log_{10} 10^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}$.

b) $9^{\log_3 12} = \left(3^2\right)^{\log_3 12} = 3^{2\log_3 12} = \left(3^{\log_3 12}\right)^2 = 12^2 = 144$;

$0{,}125^{\log_{0,5} 1} = 0{,}125^0 = 1$.

H2 *Mục đích :* Củng cố khái niệm lôgarit .

Giải

$\log_3(1-x) = 2 \Leftrightarrow 1 - x = 3^2 \Leftrightarrow x = 1 - 3^2 \Leftrightarrow x = -8$.

Lưu ý : Điều kiện để $1 - x$ dương đã được thể hiện trong $1 - x = 3^2$.

H3 *Mục đích :* Vận dụng tính chất của luỹ thừa và định nghĩa lôgarit để chứng minh tính chất của lôgarit.

Giải

Vì $0 < a < 1$ nên theo những lưu ý của mục 1 và định nghĩa lôgarit ta có

$$\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow a^{\log_a b} < a^{\log_a c} \Leftrightarrow b < c.$$

H4 *Mục đích :* Lưu ý HS cần phải chú ý đến điều kiện xác định của các biểu thức lôgarit khi vận dụng các tính chất của lôgarit.

Giải

Khẳng định đó là sai vì với mọi x thuộc $(-\infty ; -1)$, biểu thức ở vế trái có nghĩa còn các biểu thức ở vế phải không có nghĩa.

H5 *Mục đích :* Vận dụng các quy tắc tính lôgarit.

Giải

$$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50$$

$$= \frac{1}{2}\log_5 3 - \frac{1}{2}\log_5 4 - \frac{1}{2}\log_5 3 + 2\log_5 5 + \log_5 2$$

$$= -\log_5 2 + 2 + \log_5 2 = 2.$$

H6 *Mục đích :* Vận dụng công thức đổi cơ số và định nghĩa của lôgarit.

Giải

Ta có $\log_3 x + \log_9 x = \log_3 x + \dfrac{1}{2}\log_3 x = \dfrac{3}{2}\log_3 x$. Do đó

$$\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\log_3 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3.$$

H7 *Mục đích :* Rèn luyện kĩ năng giải toán tổng hợp, đặc biệt kĩ năng sử dụng phương pháp "lôgarit hoá".

Giải

Cách 1. Số các chữ số của 2^{1000} là :

$$\left[\log 2^{1000}\right] + 1 = \left[1000\log 2\right] + 1 = 301 + 1 = 302.$$

Cách 2. Ta có $0,301 < \log 2 < 0,302$ nên suy ra

$$301 < \log 2^{1000} < 302. \qquad (1)$$

Theo tính chất của luỹ thừa, từ (1) suy ra

$$10^{301} < 2^{1000} < 10^{302}. \qquad (2)$$

Vì 10^n là số nhỏ nhất có $n + 1$ chữ số nên từ (2) suy ra 2^{1000} là một số có 302 chữ số khi viết trong hệ thập phân.

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

23. Khẳng định d).

24. Khẳng định đúng : b) ; khẳng định sai : a), c), d).

25. a) $\log_a x + \log_a y$, điều kiện : $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$.

b) $\log_a \dfrac{x}{y}$; điều kiện : $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$.

c) $\alpha \log_a x$; điều kiện : $a > 0, a \neq 1, x > 0$.

d) b ; điều kiện : $a > 0, a \neq 1, b > 0$.

26. a) $a > 1$; b) $0 < a < 1$.

27. $\log_3 3 = 1$; $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$; $\log_3 1 = 0$; $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$;

$\log_3 \sqrt[3]{3} = \log_3 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$; $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = \log_3 3^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$.

28. $\log_{\frac{1}{5}} 125 = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -3$; $\log_{0,5} \frac{1}{2} = \log_{0,5} 0,5 = 1$;

$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64} = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{3} = 3$; $\log_{\frac{1}{6}} 36 = \log_{\frac{1}{6}} \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} = -2$.

29. $3^{\log_3 18} = 18$; $3^{5\log_3 2} = 3^{\log_3 2^5} = 2^5 = 32$;

$\left(\frac{1}{8}\right)^{\log_2 5} = \left(2^{-3}\right)^{\log_2 5} = 2^{(-3)\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-3}} = 5^{-3} = \frac{1}{125}$;

$\left(\frac{1}{32}\right)^{\log_{0,5} 2} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^5\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 2^5} = 2^5 = 32.$

30. a) $\log_5 x = 4 \Leftrightarrow x = 5^4 = 625.$

b) $\log_2 (5 - x) = 3 \Leftrightarrow 5 - x = 2^3 \Leftrightarrow x = -3$;

c) $\log_3 (x + 2) = 3 \Leftrightarrow x + 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = 25$;

d) $\log_{\frac{1}{6}} (0,5 + x) = -1 \Leftrightarrow 0,5 + x = \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} \Leftrightarrow x = 6 - 0,5 = 5,5.$

31. $\log_7 25 = \frac{\log 25}{\log 7} \approx 1,65.$

$\log_5 8 = \frac{\log 8}{\log 5} \approx 1,29.$

$\log_9 0,75 = \frac{\log 0,75}{\log 9} \approx -0,13.$

$\log_{0,75} 1,13 = \frac{\log 1,13}{\log 0,75} \approx -0,42.$