

§4. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ PHÉP TỊNH TIẾN HỆ TOẠ ĐỘ (1 tiết)

I – MỤC TIÊU

Kiến thức

Giúp học sinh :

- Hiểu được phép tịnh tiến hệ toạ độ theo một vectơ cho trước, lập các công thức chuyển hệ toạ độ trong phép tịnh tiến và viết phương trình của đường cong đối với hệ toạ độ mới.
- Xác định tâm đối xứng của đồ thị một số hàm số đơn giản.

Kĩ năng

Rèn luyện cho học sinh các kĩ năng :

- Viết các công thức chuyển hệ toạ độ trong phép tịnh tiến theo một vectơ cho trước.
- Viết phương trình của đường cong đối với hệ toạ độ mới.
- Áp dụng phép tịnh tiến hệ toạ độ, tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm đa thức bậc ba và đồ thị của các hàm phân thức hữu tỉ $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ và $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

Phép tịnh tiến hệ toạ độ đã được trình bày trong Đại số 10 nâng cao và trong một số bài tập lượng giác trong Đại số và Giải tích 11 nâng cao.

III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Gợi ý về các hoạt động trên lớp

- H** *Mục đích :* Giúp học sinh viết công thức chuyển hệ toạ độ trong phép tịnh tiến theo một vectơ cho trước và viết phương trình của parabol đối với hệ toạ độ mới.

H được giải tương tự như ví dụ trong bài.

Giải

- a) Điểm $I(1 ; -2)$ là đỉnh của parabol (\mathcal{P}) .
- b) Công thức chuyển hệ toạ độ theo vectơ \overrightarrow{OI} là

$$\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y - 2. \end{cases}$$

Phương trình của parabol (\mathcal{P}) đối với hệ toạ độ IXY là

$$Y - 2 = 2(X + 1)^2 - 4(X + 1) \text{ hay } Y = 2X^2.$$

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

29. a) $I\left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{8}\right)$; $\begin{cases} x = X + \frac{3}{4} \\ y = Y - \frac{1}{8} \end{cases}$; $Y = 2X^2$.

b) $I\left(1; -\frac{7}{2}\right)$; $\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y - \frac{7}{2} \end{cases}$; $Y = \frac{1}{2}X^2$.

c) $I\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{16}\right)$; $\begin{cases} x = X + \frac{1}{8} \\ y = Y + \frac{1}{16} \end{cases}$; $Y = -4X^2$.

d) $I(0; -5)$; $\begin{cases} x = X \\ y = Y - 5 \end{cases}$; $Y = 2X^2$.

30. a) $f'(x) = 3x^2 - 6x$; $f''(x) = 6x - 6$;

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Toạ độ của điểm I là $(1; -1)$.

- b) Công thức chuyển hệ toạ độ trong phép tịnh tiến theo vectơ \overrightarrow{OI} là

$$\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y - 1. \end{cases}$$

Phương trình của đường cong (\mathcal{C}) đối với hệ toạ độ IXY là

$$\begin{aligned} Y - 1 &= (X + 1)^3 - 3(X + 1)^2 + 1 \\ &= X^3 + 3X^2 + 3X + 1 - 3X^2 - 6X - 3 + 1 \end{aligned}$$

hay $Y = X^3 - 3X$.

Vì đây là một hàm số lẻ nên đồ thị (\mathcal{C}) của nó nhận gốc toạ độ I làm tâm đối xứng.

c) Để thấy phương trình tiếp tuyến của đường cong (\mathcal{C}) tại điểm I là $y = -3x + 2$. Đặt $g(x) = -3x + 2$, ta có

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= x^3 - 3x^2 + 1 - (-3x + 2) \\ &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3. \end{aligned}$$

Vì $f(x) - g(x)$ âm với $x < 1$ và dương với $x > 1$, nên trên khoảng $(-\infty; 1)$, (\mathcal{C}) nằm phía dưới tiếp tuyến tại I của (\mathcal{C}) và trên khoảng $(1; +\infty)$, (\mathcal{C}) nằm phía trên tiếp tuyến đó.

31. $\begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y + 2; \end{cases} \quad Y = -\frac{1}{X}.$

32. a) $I(1; 1)$; b) $I(-1; 3)$.

33. $\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + ax_0 + b; \end{cases} \quad Y = aX + \frac{c}{X},$

Hướng dẫn. Viết công thức của hàm số đã cho dưới dạng

$$y = a(x - x_0) + ax_0 + b + \frac{c}{x - x_0}.$$