

## §7. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA MỘT SỐ HÀM PHÂN THỨC HỮU TỈ (2 tiết)

### I – MỤC TIÊU

#### *Kiến thức*

Giúp học sinh biết các bước khảo sát các hàm phân thức hữu tỉ thuộc hai dạng nêu trong bài và cách vẽ đồ thị của các hàm số đó.

### Kĩ năng

Giúp học sinh thành thạo các kĩ năng :

- Thực hiện các bước khảo sát hàm số.
- Vẽ nhanh và đúng đồ thị.

## II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Sau khi giải các bài tập 49, 50, nếu có điều kiện, giáo viên có thể nêu các dạng đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $c \neq 0$  và tử không chia hết cho mẫu).

Hàm số xác định trên tập hợp  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ .

Tiệm cận đứng :  $x = -\frac{d}{c}$  ; tiệm cận ngang :  $y = \frac{a}{c}$ .

Dễ dàng chứng minh được rằng giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị.

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}.$$

1°. Nếu  $ad - bc > 0$  thì  $y' > 0$  với mọi  $x \neq -\frac{d}{c}$ . Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $\left( -\infty ; -\frac{d}{c} \right)$  và  $\left( -\frac{d}{c} ; +\infty \right)$ .

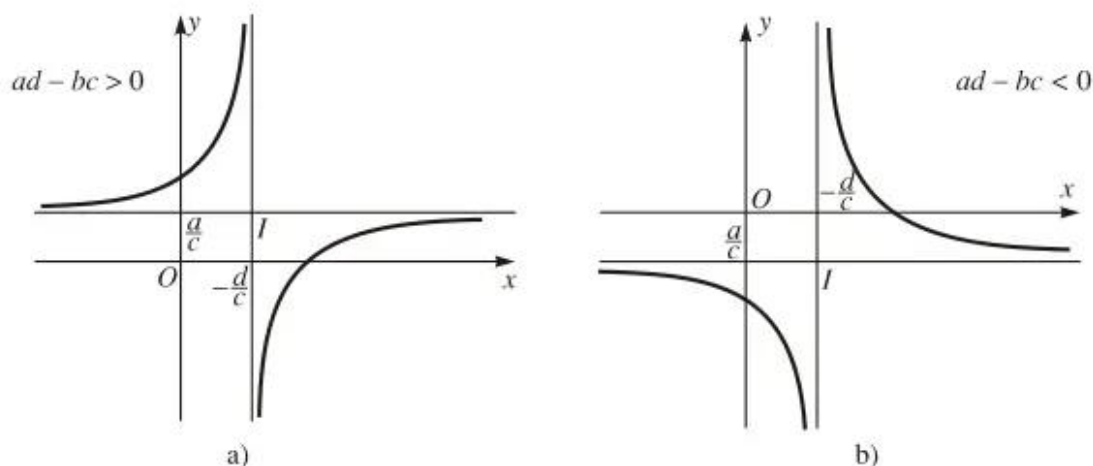
$x$	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	$\frac{a}{c}$	$+\infty$	$\frac{a}{c}$

Đồ thị có dạng của hình 1.11a).

2°. Nếu  $ad - bc < 0$  thì  $y' < 0$  với mọi  $x \neq -\frac{d}{c}$ . Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $\left( -\infty ; -\frac{d}{c} \right)$  và  $\left( -\frac{d}{c} ; +\infty \right)$ .

$x$	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	$\frac{a}{c}$	$+\infty$	$\frac{a}{c}$

Đồ thị có dạng của hình 1.11b).



Hình 1.11

*Chú ý.* Nếu  $ad - bc = 0$  thì đồ thị là đường thẳng  $y = \frac{a}{c}$  trừ điểm có hoành độ  $x = -\frac{d}{c}$ .

2. Sau khi giải các bài tập 51, 52, nếu có điều kiện, giáo viên có thể giới thiệu các dạng đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$  ( $a \neq 0, a' \neq 0$  và tử không chia hết cho mẫu).

Hàm số xác định trên tập hợp  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b'}{a'} \right\}$ .

Có thể viết hàm số dưới dạng

$$y = px + q + \frac{r}{a'x + b'}, r \neq 0.$$

Tiệm cận đứng :  $x = -\frac{b'}{a'}$  ; tiệm cận xiên :  $y = px + q$ .

Dễ dàng chứng minh được rằng giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị.

$$y' = \frac{aa'x^2 + 2ab'x + bb' - ca'}{(a'x + b')^2} ;$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow aa'x^2 + 2ab'x + bb' - ca' = 0 ; \quad (3)$$

$$\Delta' = a^2b'^2 - aa'(bb' - ca').$$

1<sup>o</sup>. Nếu  $\Delta' > 0$  thì phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . (Để ý rằng  $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b'}{a'}$ ).

• Nếu  $aa' > 0$  thì ta có bảng biến thiên sau

$x$	$-\infty$	$x_1$	$-\frac{b'}{a'}$	$x_2$	$+\infty$
$y'$		+	0	-	
$y$					

$-\infty \nearrow y(x_1) \searrow -\infty$        $+\infty \searrow y(x_2) \nearrow +\infty$

Đồ thị của hàm số có dạng của hình 1.12a).

• Nếu  $aa' < 0$  thì sự biến thiên của hàm số được cho trong bảng sau

$x$	$-\infty$	$x_1$	$-\frac{b'}{a'}$	$x_2$	$+\infty$
$y'$		-	0	+	
$y$					

$+\infty \searrow y(x_1) \nearrow +\infty$        $-\infty \nearrow y(x_2) \searrow -\infty$

Đồ thị của hàm số có dạng của hình 1.12b).

2°.  $\Delta' < 0$ . Khi đó :

- Nếu  $aa' > 0$  thì  $y' > 0$  với mọi  $x \neq -\frac{b'}{a'}$ . Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng

$$\left(-\infty; -\frac{b'}{a'}\right) \text{ và } \left(-\frac{b'}{a'}; +\infty\right).$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-\frac{b'}{a'}$	$+\infty$
$y'$	+	+	+
$y$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Đồ thị có dạng của hình 1.12c).

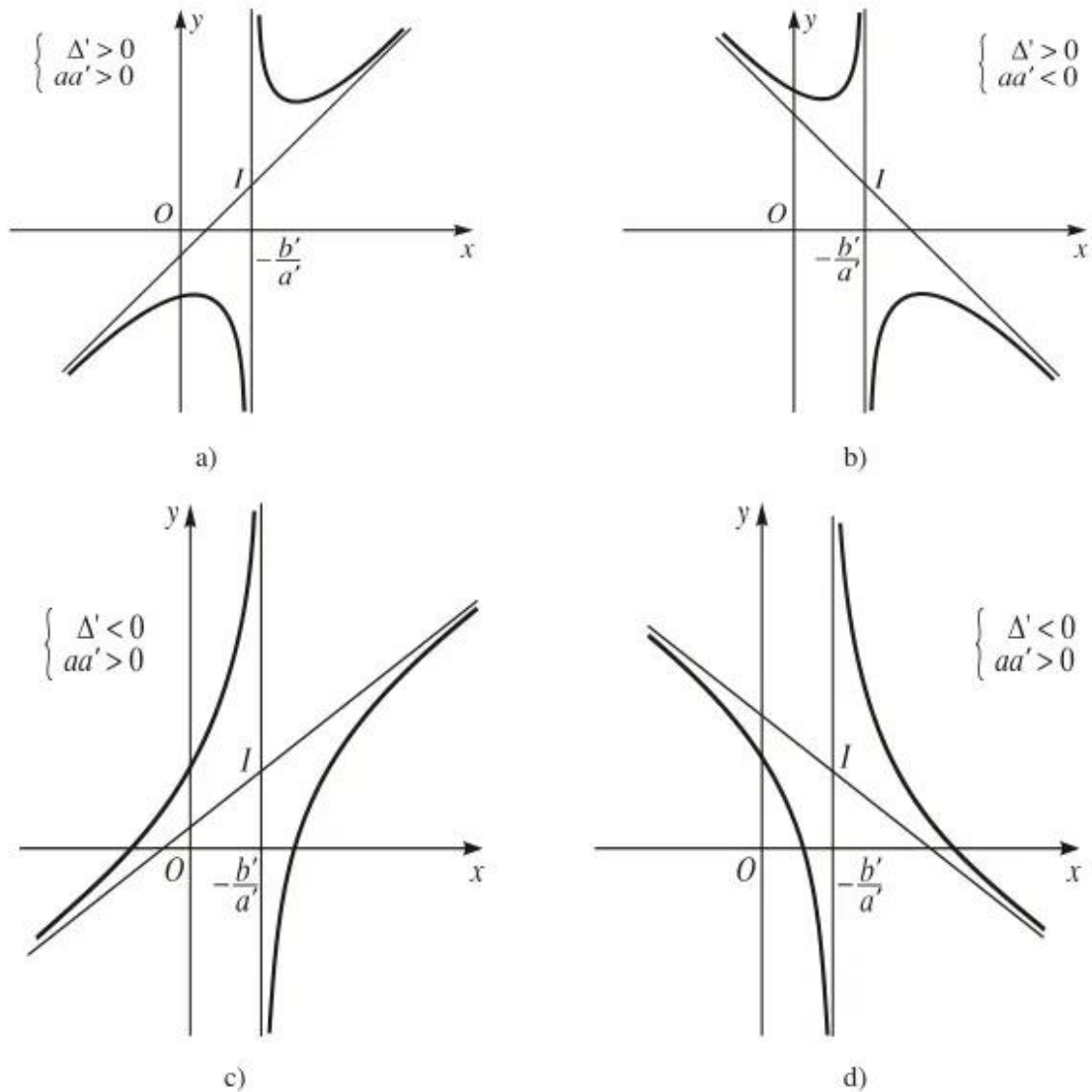
- Nếu  $aa' < 0$  thì  $y' < 0$  với mọi  $x \neq -\frac{b'}{a'}$ . Hàm số nghịch biến trên mỗi

$$\text{khoảng } \left(-\infty; -\frac{b'}{a'}\right) \text{ và } \left(-\frac{b'}{a'}; +\infty\right).$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-\frac{b'}{a'}$	$+\infty$
$y'$	-	-	-
$y$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị có dạng của hình 1.12d).



Hình 1.12

*Chú ý.* Nếu  $\Delta' = 0$  thì tử chia hết cho mẫu,

$$y = \frac{a}{a'}x + \frac{a'b - ab'}{a'^2} \text{ với mọi } x \neq -\frac{b'}{a'}$$

Đồ thị của hàm số là một đường thẳng bỏ đi một điểm.

### III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

#### \* Dự kiến phân phối thời gian

Bài này thực hiện trong 2 tiết với nội dung giảng dạy từng tiết như sau :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết hoạt động **H1**.

Tiết 2 : Phần còn lại của bài.

*\* Gợi ý về các hoạt động trên lớp*

**H1** Hoạt động này nhằm giúp học sinh củng cố các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ . Giải tương tự như ví dụ 1.

**H2** Hoạt động này nhằm giúp học sinh củng cố các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$ . Giải tương tự như ví dụ 3.

#### IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

Các bài tập 49, 50, GV tự làm.

**51.** c) • Nếu  $m < -1$  hoặc  $m > 7$  thì phương trình có 2 nghiệm.

• Nếu  $m = 7$  hoặc  $m = -1$  thì phương trình có 1 nghiệm.

• Nếu  $-1 < m < 7$  thì phương trình vô nghiệm.

**52.** GV tự làm.