§7. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT (2 tiết)

I – MỤC TIÊU

Kiến thức

Học sinh cần :

– Nắm vững cách giải các phương trình mũ và phương trình lôgarit cơ bản.

– Hiểu rõ được các phương pháp thường dùng để giải phương trình mũ và phương trình lôgarit.

Kĩ năng

Giúp học sinh :

– Vận dụng thành thạo các phương pháp giải phương trình mũ và phương trình lôgarit vào bài tập.

– Biết sử dụng các phép biến đổi đơn giản về luỹ thừa và lôgarit vào việc giải phương trình.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Đây là lần đầu tiên học sinh được làm quen với phương trình mũ và phương trình lôgarit. Khi giải các phương trình này cần lưu ý học sinh một số điểm sau :

– Luôn luôn chú ý đến ĐKXĐ của phương trình, nhất là phương trình lôgarit. Đôi khi có thể sử dụng ngay các điều kiện ấy trong biến đổi phương trình.

– Muốn có kĩ năng giải phương trình mũ và lôgarit, học sinh phải có kĩ năng biến đổi các biểu thức mũ và lôgarit.

Phần lớn các sai lầm mà học sinh thường hay mắc phải trong chương này là do chưa chú ý đúng mức đến ĐKXĐ của phương trình hoặc do biến đổi phương trình sai.

2. Trong SGK Đại số và Giải tích 11, khi nói về phương trình lượng giác, các tác giả đã đi vào cách giải các dạng phương trình thường gặp. Nhưng đối với phương trình mũ và lôgarit ở SGK Giải tích 12, các tác giả đã không làm như vậy mà chỉ nêu các phương pháp giải thường dùng. (Tất nhiên có thể phân loại theo các dạng phương trình, chẳng hạn, phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số mũ hay lôgarit (ví dụ 6) ; phương trình thuần nhất bậc hai đối với hai hàm số mũ, ... Song cách phân loại như vậy không thật thích hợp đối với các phương trình mũ và lôgarit).

3. Yêu cầu chủ yếu của bài này là yêu cầu về kĩ năng. Do đó, giáo viên cần dành nhiều thời gian cho học sinh làm bài tập luyện tập ngay tại lớp.

4. ***Một số sai lầm mà học sinh thường mắc phải khi giải phương trình mũ và lôgarit***

Như đã nói, học sinh thường mắc các sai lầm do không chú ý đến ĐKXĐ của phương trình và do biến đổi sai các biểu thức mũ và lôgarit. Sau đây là một vài ví dụ minh hoạ.

Ví dụ 1. Giải phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3)$.

Lời giải sai

$\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0.$

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 2$ và $x = 5$ (!)

Sai lầm của lời giải trên là quên ĐKXĐ của phương trình.

Lời giải đúng

ĐKXĐ của phương trình đã cho là $x^2 - 6x + 7 > 0$ và $x - 3 > 0$. Do đó ta có thể viết :

$$\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 > 0 \\ x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 7 = x - 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x = 2 \text{ hoặc } x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 5$.

Ví dụ 2. Giải phương trình $\log_3^2 x^3 - 20\log_3 \sqrt{x} + 3 = 0$.

Lời giải sai

ĐKXĐ của phương trình là $x > 0$. Với điều kiện đó ta có :

$$\log_3^2 x^3 - 20\log_3 \sqrt{x} + 3 = 0 \Leftrightarrow 3\log_3^2 x - 10\log_3 x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 3 \\ \log_3 x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 27 \\ x = \sqrt[3]{3}. \end{array}\right.$$

Sai lầm của lời giải trên là biến đổi lôgarit $\log_3^2 x^3 = 3\log_3^2 x$. Thực ra, ta phải có :

$$\log_3^2 x^3 = \left(\log_3 x^3\right)^2 = \left(3\log_3 x\right)^2 = 9\log_3^2 x.$$

Lời giải đúng

$$\log_3^2 x^3 - 20\log_3 \sqrt{x} + 3 = 0 \;\Leftrightarrow\; 9\log_3^2 x - 10\log_3 x + 3 = 0.$$

Trong phương trình cuối, đặt $y = \log_3 x$, ta có phương trình $9y^2 - 10y + 3 = 0$.

Dễ thấy phương trình này vô nghiệm nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Xen kẽ các tiết học có thể chữa bài tập hoặc kiểm tra bài cũ.

III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

**** Gợi ý về đồ dùng dạy học :***

– Giáo viên chuẩn bị trước bảng công thức nghiệm của phương trình mũ và phương trình lôgarit cơ bản, có thể treo trong suốt tiết học và chỉ cất đi khi nào học sinh đã nhớ được công thức.

– Để đỡ mất thời gian trên lớp, đối với các bài tập có nội dung thực tiễn, giáo viên nên :

+ Ghi trước đề trên bảng phụ để không mất thời gian đọc lại đề trong giờ dạy.

+ Chuẩn bị kĩ lời giải, lưu lại các kết quả trung gian và đáp số để trên lớp, dễ dàng kiểm tra các kết quả tính toán của học sinh (nếu lớp học không có máy tính thì dùng bảng số).

Trường hợp bất đắc dĩ, nếu còn quá ít thời gian thì giáo viên có thể đọc ngay kết quả đã tính sẵn mà không phải chờ kết quả tính toán của học sinh.

**** Dự kiến phân phối thời gian***

Tiết 1 dạy đến hết các phương trình cơ bản và phương pháp đưa về cùng cơ số ;

Tiết 2 dạy phần còn lại.

Đối với các lớp mà học sinh tiếp thu chậm, giáo viên có thể sử dụng một phần của 2 tiết luyện tập để hoàn tất bài học này.

**** Gợi ý về các hoạt động trên lớp***

H1 *Mục đích :* Củng cố công thức nghiệm của phương trình mũ.

Trả lời : a) $x = 3$; b) $x = \ln 5$.

H2 *Mục đích :* Củng cố công thức tính nghiệm của phương trình lôgarit.

Trả lời : a) $x = 5$; b) $x = 10^{-4}$. Tổng quát : $\log_a x = \log_a p \Leftrightarrow x = p$ (với $p > 0$).

H3 *Mục đích :* Nhắc nhở sai lầm dễ mắc phải khi biến đổi để giải phương trình lôgarit.

Trả lời : Sai, vì đẳng thức $\log_4 x^2 = \log_2 x$ chỉ xảy ra khi $x > 0$. Còn khi $x < 0$ thì $\log_4 x^2 = \log_2(-x)$. Do đó lời giải đã nêu thiếu nghiệm $x = -5$.

H4 *Giải*. Đặt $y = 2^{x-3}$, phương trình đã cho có dạng $4y + 2y + y = 448$. Từ đó $y = 64$ và nghiệm của phương trình đã cho là $x = 9$.

H5 *Giải*. Đặt $y = \log_2 x$, ta có phương trình $\dfrac{6}{1+y} + \dfrac{4}{2y} = 3$.

Phương trình này có hai nghiệm $y = 2$ và $y = -\dfrac{1}{3}$.

Từ đó suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 4$ và $x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

H6 *Giải*

Ta có :

$$2^x . 5^x = 0{,}2 . (10^{x-1})^5 \Leftrightarrow 10^x = 2. 10^{-1} . 10^{5(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \log 2 - 1 + 5(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 4x = 6 - \log 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}\log 2.$$

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

63. a) $x = -\dfrac{1}{2}$. *Gợi ý :* $2 - \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$.

b) $x \in \{0 ; 3\}$.

c) $x = 1$.

d) $\log_3(3^x + 8) = 2 + x \Leftrightarrow 3^x + 8 = 3^{2+x} \Leftrightarrow 3^x + 8 = 9 . 3^x$

$$\Leftrightarrow 8 . 3^x = 8 \Leftrightarrow x = 0.$$

64. a) $\log_2[x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$.

b) ĐKXĐ là $x > 1$. Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình trong câu a). Vậy phương trình có nghiệm là $x = 2$ (loại $x = -1$).

65. a) $k = 53$; $a \approx 1{,}096$. *Gợi ý :* Theo giả thiết ta có khi $d = 0$ thì $F = 53$ và khi $d = 12$ thì $F = 160$;

b) $d = \dfrac{1}{\log a}\log\dfrac{F}{k} \approx 25{,}119 \times \log F - 43{,}312$;

Chú ý : Do phần c) yêu cầu tính chính xác đến hàng phần trăm nên trong công thức trên, các giá trị $\dfrac{1}{\log a}$ và $\dfrac{\log k}{\log a}$ đã được tính chính xác đến hàng phần nghìn.

c)

F	53	60	80	100	120	140	160
d	0	1,35	4,49	6,93	8,91	10,60	12

66. a) $x = 2$. *Gợi ý :* viết phương trình dưới dạng

$2.10^x = 2.10^2$.

b) $x = 6$. *Gợi ý :* $0{,}125 = (0{,}5)^3 = 2^{-3}$ và $4\sqrt{2} = 2^{\frac{5}{2}}$.

67. a) $x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

b) $x = 9$.

68. a) $S = \{2 ; \log_3 2 - 1\}$. *Gợi ý :* Đặt $y = 3^x$.

b) $x = 0$. *Gợi ý* : Chia hai vế cho 2^{3x} rồi đặt $t = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$.

69. a) $S = \{10 ; \sqrt[9]{10}\}$. *Gợi ý :* $\log^2 x^3 = (3\log x)^2 = 9\log^2 x$.

b) $S = \left\{2 ; \dfrac{1}{16}\right\}$. *Gợi ý :* Đưa về lôgarit cơ số 2 rồi đặt $\log_2 x = y$.

c) $S = \left\{3^{-3} ; 3^{-0{,}8}\right\}$. *Gợi ý* : đặt $\log_3 x = y$.

70. a) $x = \log_{\frac{4}{3}}\left(\log_3 4\right)$.

b) $x = 3^{-1}$.

c) $S = \{2 ; -(1 + \log_3 2)\}$.

d) $S = \left\{5^{-1} ; \sqrt[6]{5}\right\}$. *Gợi ý :* Với điều kiện $0 < x \neq 1$, lôgarit hoá hai vế theo cơ số x.

71. a) $x = 1$. *Gợi ý :* Hàm số $y = 2^x$ đồng biến, hàm số $y = 3 - x$ nghịch biến.

b) $x = 2$. *Gợi ý :* Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến, hàm số $y = 3 - x$ nghịch biến.