# §9. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT (1 tiết)

## I – MỤC TIÊU

Giúp học sinh biết cách giải một số dạng bất phương trình mũ và lôgarit đơn giản.

## II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

**1.** Trong khuôn khổ của chương trình, bài học này chỉ cung cấp cho học sinh những phương pháp chủ yếu để giải bất phương trình mũ và lôgarit thông qua một số ví dụ cụ thể.

**2.** Bài này yêu cầu học sinh nắm được :

– Cách giải bất phương trình mũ và lôgarit cơ bản. (Giáo viên có thể tham khảo thêm các công thức được nêu trong mục bổ sung kiến thức).

– Phương pháp đặt ẩn phụ nhằm hữu tỉ hoá bất phương trình mũ và lôgarit.

Không yêu cầu học sinh phải thực hiện các phép biến đổi các biểu thức mũ và lôgarit phức tạp trong quá trình giải bất phương trình.

## III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

**** Gợi ý về các hoạt động trên lớp***

**H1** *Mục đích :* Hình thành kĩ năng giải bất phương trình mũ.

*Giải*

Đặt $y = 5^x$, ta đưa bất phương trình đã cho về dạng $5y^2 - y - 4 > 0$. Ta có :

$$5y^2 - y - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y < -\dfrac{4}{5} \\ y > 1 \end{array}\right. \text{ nên } \; 5^{2x+1} > 5^x + 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x < -\dfrac{4}{5} \\ 5^x > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x > 0.$$

**H2** *Mục đích :* Hình thành kĩ năng giải bất phương trình lôgarit.

*Giải*

ĐKXĐ là $-1 < x < 2$. Khi đó, $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) = \log_3 \dfrac{1}{x+1}$. Do đó ta có :

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x) \Leftrightarrow \log_3 \frac{1}{x+1} > \log_3(2-x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ \dfrac{1}{x+1} > 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ 1 > (2-x)(x+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x^2 - x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x < \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ hoặc } x > \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S = \left(-1\,; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\,; 2\right).$$

## IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

**80.** a) $x < 0,5$.

b) $x > -\frac{3}{4}$.

**81.** a) $\frac{1}{3} < x < 2$.

b) $\frac{1}{5} < x < \frac{2}{5}$.

c) $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) \geq -1 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 5x + 6 \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \text{ hoặc } x > 3 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 2$ hoặc $3 < x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1 ; 2) \cup (3 ; 4]$.

d) $\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}$. *Gợi ý :* Đưa về $0 < \frac{1 - 2x}{x} \leq 1$.

**82.** a) $0,5 \leq x \leq 4$. *Gợi ý :* Đặt $y = \log_{0,5}x$.

b) $(0 ; 1)$. *Gợi ý :* Đặt $y = 2^x$.

**83.** a) $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3) \Leftrightarrow 0 < x^2 + x - 2 < x + 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 > 0 \\ x^2 - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ hoặc } x > 1 \\ -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\sqrt{5} ; -2\right) \cup \left(1 ; \sqrt{5}\right)$.

b) Với điều kiện $2 - x > 0$ và $x^2 - 6x + 5 > 0$, ta có :

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + 2\log_3(2 - x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) \geq -\log_3(2 - x)^2$$

$$\Leftrightarrow\ \log_{\frac{1}{3}}(x^2-6x+5) \geq \log_{\frac{1}{3}}(2-x)^2$$

$$\Leftrightarrow\ x^2-6x+5 \leq (2-x)^2 \Leftrightarrow\ 2x-1 \geq 0.$$

Do đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x^2-6x+5>0 \\ 2-x>0 \\ 2x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \text{ hoặc } x>5 \\ x<2 \\ x\geq \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[\dfrac{1}{2}\,;1\right)$.

## V – BỔ SUNG KIẾN THỨC

1) Công thức giải phương trình lôgarit :

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0 \ \text{ hoặc } g(x)>0 \\ f(x)=g(x). \end{cases}$$

2) Công thức giải bất phương trình mũ :

Nếu $a>1$ thì $\quad a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

Nếu $0<a<1$ thì $\quad a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.

3) Công thức giải bất phương trình lôgarit :

Nếu $a>1$ thì $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ f(x)<g(x) \end{cases} \Leftrightarrow 0<f(x)<g(x).$

Nếu $0<a<1$ thì $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ f(x)>g(x) \end{cases} \Leftrightarrow f(x)>g(x)>0.$

Nếu có điều kiện, GV cũng có thể giới thiệu cho HS sử dụng các công thức này.