E. GỢI Ý ÔN TẬP CHƯƠNG (2 tiết)

I – GỢI Ý TỔ CHỨC ÔN TẬP CHƯƠNG

• Một tiết dành cho ôn tập kiến thức, một tiết để tiến hành kiểm tra.

• Để chuẩn bị cho tiết ôn tập, nên đòi hỏi học sinh tự làm đề cương ôn tập và làm một số bài tập ở phần Câu hỏi và bài tập ôn chương IV. Đến tiết ôn tập, cần dành thì giờ thích đáng cho kiểm tra kiến thức lí thuyết, nhắc nhở học sinh tránh những sai lầm thường gặp.

II – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các khái niệm

• Tập hợp số phức : $\mathbb{C}$

• Dạng đại số của số phức : $z = a + bi \in \mathbb{C}$ ($a, b \in \mathbb{R}$, i là *đơn vị ảo*, $i^2 = -1$), a là *phần thực*, b là *phần ảo* của z.

z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 ; z là *số ảo* $\Leftrightarrow$ phần thực của z bằng 0.

• Hai số phức bằng nhau : $z = a + bi$, $z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$)

$$z = z' \Leftrightarrow a = a', b = b'.$$

• Biểu diễn hình học :

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm M trong mặt phẳng phức (kí hiệu là $M(z)$) $\Leftrightarrow$ M là điểm có toạ độ $(a ; b)$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy.

Số thực được biểu diễn bởi điểm thuộc Ox (trục thực), số ảo được biểu diễn bởi điểm thuộc Oy (trục ảo).

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi vectơ $\vec{u}$ trong mặt phẳng phức $\Leftrightarrow$ $\vec{u}$ là vectơ có toạ độ $(a ; b)$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy.

• Cộng, trừ số phức : $z = a + bi$, $z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$)

$$z + z' = (a + a') + (b + b')i,$$
$$z - z' = (a - a') + (b - b')i.$$

Nếu z biểu diễn bởi vectơ $\vec{u}$, z' biểu diễn bởi vectơ $\vec{u'}$ thì $z + z'$ biểu diễn bởi vectơ $\vec{u} + \vec{u'}$, $z - z'$ biểu diễn bởi vectơ $\vec{u} - \vec{u'}$.

Nếu $-z' = -a' - b'i$ là *số đối* của $z' = a' + b'i$ thì $z - z' = z + (-z')$.

• Nhân hai số phức : $z = a + bi$

$$z' = a' + b'i \ (a, b, a', b' \in \mathbb{R}).$$

$$zz' = (a + bi)(a' + b'i) = (aa' - bb') + (ab' + ba')i.$$

Nếu k là số thực thì $kz = k(a + bi) = ka + (kb)i$; nếu z biểu diễn bởi vectơ $\vec{u}$ thì kz biểu diễn bởi vectơ $k\vec{u}$.

• Số phức liên hợp : $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$ và $\bar{z} = a - bi$ là hai số phức liên hợp.

$$\bar{\bar{z}} = z \ ;$$

$$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}' \ ;$$

$$\overline{z.z'} = \bar{z}.\bar{z}' \ ;$$

z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$;

z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$.

• Môđun của số phức :

Môđun của số phức $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\bar{z}}$.

Nếu z biểu diễn bởi điểm M thì $|z|$ là khoảng cách từ M đến gốc toạ độ O.

$|z| \geq 0$ với mọi $z \in \mathbb{C}$ và $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$;

$|zz'| = |z||z'|$. (Chú ý : $|z + z'| \leq |z| + |z'|$).

• Chia hai số phức

Số phức nghịch đảo z^{-1} của số phức $z \neq 0$ là $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\bar{z}$. Thương của z' cho $z \neq 0$ là số phức

$$\frac{z'}{z} = z'z^{-1} = \frac{z'\bar{z}}{|z|^2} = \frac{z'\bar{z}}{z\bar{z}}.$$

Chú ý : $\dfrac{z'}{z} = w \Leftrightarrow z' = zw \ (z \neq 0)$;

$$\overline{\left(\frac{z'}{z}\right)} = \frac{\overline{z'}}{\overline{z}} ;$$

$$\left|\frac{z'}{z}\right| = \frac{|z'|}{|z|}.$$

2. Căn bậc hai của số phức và phương trình bậc hai

Căn bậc hai của số phức w là số phức z sao cho $z^2 = w$. Số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của số phức $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b. \end{cases}$$

$w = 0$ có đúng một căn bậc hai là $z = 0$;

$w \neq 0$ có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau khác 0.

Đặc biệt, nếu $a \in \mathbb{R}$ thì :

$w = a > 0$ có hai căn bậc hai là $\sqrt{a}, -\sqrt{a}$;

$w = a < 0$ có hai căn bậc hai là $\sqrt{-a}\,i, -\sqrt{-a}\,i$.

• Giải phương trình bậc hai

$$Az^2 + Bz + C = 0$$

(A, B, C là ba số phức cho trước, $A \neq 0$) :

Biệt thức $\Delta = B^2 - 4AC$.

Khi $\Delta \neq 0$, gọi δ là một căn bậc hai của Δ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\frac{-B + \delta}{2A}, \ \frac{-B - \delta}{2A}.$$

Khi $\Delta = 0$, phương trình có một nghiệm duy nhất (nghiệm kép) là $-\dfrac{B}{2A}$.

3. Dạng lượng giác của số phức và ứng dụng

Dạng lượng giác của số phức $z \neq 0$ là

$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $r \in \;^{*}_{+}$, $\varphi \in \mathbb{R}$; trong đó

$r = |z|$, φ là một acgumen của z (số đo một góc lượng giác với tia đầu Ox, tia cuối OM, trong đó M là điểm biểu diễn z) ; acgumen của z xác định sai khác $k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ $(r > 0)$ là dạng lượng giác của $a + bi \neq 0$ (a, $b \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow r = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\cos\varphi = \dfrac{a}{r}$, $\sin\varphi = \dfrac{b}{r}$.

• Nhân, chia số phức dưới dạng lượng giác

Nếu $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$,

$z' = r'(\cos\varphi' + i\sin\varphi')$

thì $zz' = rr'[\cos(\varphi + \varphi') + i\sin(\varphi + \varphi')]$

và khi $z \neq 0$, $\dfrac{z'}{z} = \dfrac{r'}{r}[\cos(\varphi' - \varphi) + i\sin(\varphi' - \varphi)]$.

• Công thức Moa-vrơ :

$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$ với $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 1$.

• Căn bậc hai của số phức dưới dạng lượng giác :

Các căn bậc hai của $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ $(r > 0)$ là

$$\sqrt{r}\left(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right) \text{ và } \sqrt{r}\left(\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \pi\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{2} + \pi\right)\right).$$

III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI, BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG IV

37. a) $(2 - 3i)^3 = 2^3 - 3.2.3i(2 - 3i) - (3i)^3$

$= 8 - 18i(2 - 3i) + 27i = -46 - 9i$

vậy phần thực là -46, phần ảo là -9.

b) $\dfrac{3+2i}{1-i} = \dfrac{(3+2i)(1+i)}{2} = \dfrac{1+5i}{2}$,

$\dfrac{1-i}{3-2i} = \dfrac{(1-i)(3+2i)}{13} = \dfrac{5-i}{13}$,

nên $\dfrac{3+2i}{1-i} + \dfrac{1-i}{3-2i} = \dfrac{23+63i}{26}$.

Vậy phần thực là $\dfrac{23}{26}$, phần ảo là $\dfrac{63}{26}$.

c) $(x+iy)^2 - 2(x+iy) + 5 = x^2 - y^2 - 2x + 5 + 2y(x-1)i$, vậy phần thực là $x^2 - y^2 - 2x + 5$, phần ảo là $2y(x-1)$. Số phức đó là số thực khi và chỉ khi hoặc $y = 0$, hoặc $x = 1$.

38. $|z| = |w| = 1$ thì $\bar{z} = \dfrac{1}{z}$, $\bar{w} = \dfrac{1}{w}$

nên $\overline{\left(\dfrac{z+w}{1+zw}\right)} = \dfrac{\bar{z}+\bar{w}}{1+\overline{zw}} = \dfrac{\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{w}}{1+\dfrac{1}{z}.\dfrac{1}{w}} = \dfrac{z+w}{1+zw}$, từ đó $\dfrac{z+w}{1+zw}$ là số thực.

39. a) Đặt $z + 3 - i = w$ thì được phương trình $w^2 - 6w + 13 = 0$. Biệt thức Δ ở đây là $36 - 52 = -16$ nên $w = \dfrac{6 \pm 4i}{2} = 3 \pm 2i$. (*Chú ý :* Thực ra, cũng có thể dùng biệt thức rút gọn !).

Vậy $z + 3 - i = 3 \pm 2i$ hay $z - i = \pm 2i$ tức là $z = 3i$ và $z = -i$ là các nghiệm cần tìm.

b) Đặt $\dfrac{iz+3}{z-2i} = w$ thì được phương trình $w^2 - 3w - 4 = 0$. Biệt thức Δ ở đây là $9 + 16 = 25$ nên $w = -1$ hoặc $w = 4$.

- Với $w = -1$, ta có $\dfrac{iz+3}{z-2i} = -1$, từ đó $(i+1)z = -3 + 2i$ nên

$$z = \frac{-3+2i}{1+i} = \frac{(-3+2i)(1-i)}{2} = \frac{-1+5i}{2}.$$

• Với $w = 4$, ta có $\dfrac{iz+3}{z-2i} = 4$, từ đó $(4-i)z = 3+8i$ nên

$$z = \frac{3+8i}{4-i} = \frac{4+35i}{17}.$$

Vậy $\dfrac{-1+5i}{2}$ và $\dfrac{4+35i}{17}$ là các nghiệm cần tìm.

c) $(z^2+1)^2 + (z+3)^2 = (z^2+1)^2 - [i(z+3)]^2$

$= (z^2+1+i(z+3))(z^2+1-i(z+3)) = 0$ khi và chỉ khi

hoặc $z^2+1+i(z+3) = 0$ (1)

hoặc $z^2+1-i(z+3) = 0.$ (2)

Phương trình (1) là phương trình bậc hai $z^2+iz+1+3i = 0$; nó có biệt thức $\Delta = -5-12i = (2-3i)^2$ nên nó có hai nghiệm là $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = -1+i$.

Phương trình (2) là phương trình bậc hai $z^2-iz+1-3i = 0$; nó có biệt thức $\Delta = -5+12i = (2+3i)^2$ nên nó có hai nghiệm là $z_3 = 1+2i$ và $z_4 = -1-i$.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm là z_1, z_2, z_3, z_4 viết ở trên.

40. a) $z_1 = \sqrt{2}(\sqrt{3}-i) = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right]$,

$$z_2 = 2(-1-i) = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right],$$

$$z_3 = \frac{z_1}{z_2} = \cos\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$= \cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}.$$

b) Mặt khác,

$\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{-2-2i} = \dfrac{(\sqrt{6}-i\sqrt{2})(-2+2i)}{8} = \dfrac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}i$, nên so sánh với kết quả câu a), suy ra $\cos\dfrac{7\pi}{12} = \dfrac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\sin\dfrac{7\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

41. a) $z^2 = (\sqrt{6}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 + 2i(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

$$= 4\sqrt{12} + 2i(6-2) = 8\sqrt{3} + 8i = 16\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

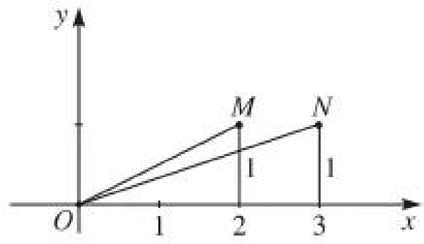
b) Theo kết quả bài tập 26 hoặc theo ứng dụng 2 của công thức Moa-vrơ, để ý rằng phần thực và phần ảo của z đều dương, suy ra

$$z = 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right).$$

42. a) Biểu diễn hình học $2+i$, $3+i$ theo thứ tự bởi M, N trong mặt phẳng phức (h.4.10).

Ta có $\tan(Ox, OM) = \dfrac{1}{2} = \tan a$;

$\tan(Ox, ON) = \dfrac{1}{3} = \tan b.$



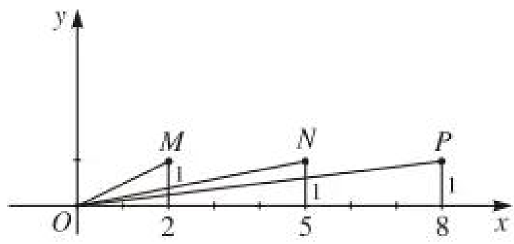
Hình 4.10

Do a, b gồm giữa 0 và $\dfrac{\pi}{2}$ còn M, N nằm trong góc phần tư thứ nhất của hệ toạ độ Oxy nên suy ra : một acgumen của $2+i$ bằng a, một acgumen của $3+i$ bằng b.

Mặt khác $(2+i)(3+i) = 5+5i$ có một acgumen bằng $\dfrac{\pi}{4}$ mà acgumen của tích các số phức bằng tổng các acgumen của các số phức đó (sai khác $k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$), nên từ $a, b \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, suy ra $a + b = \dfrac{\pi}{4}$.

b) Biểu diễn hình học $2+i$, $5+i$, $8+i$ theo thứ tự bởi M, N, P trong mặt phẳng phức (h.4.11).

Lập luận tương tự như ở câu a) suy ra một acgumen của $2+i$ bằng a, một acgumen của $5+i$ bằng b, một acgumen của $8+i$ bằng c (từ các giả thiết $\tan a = \dfrac{1}{2}$, $\tan b = \dfrac{1}{5}$, $\tan c = \dfrac{1}{8}$ và $a, b, c \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$).



Hình 4.11

Mặt khác $(2 + i)(5 + i)(8 + i) = 65(1 + i)$ có một acgumen bằng $\frac{\pi}{4}$ nên suy ra

$a + b + c = \frac{\pi}{4}$.

43. (C) ; **44.** (A) ; **45.** (A) ; **46.** (B) ; **47.** (B) ; **48.** (A) ;

49. (B) ; **50.** (C) ; **51.** (A) ; **52.** (B) ; **53.** (B) ;

54. (B) *Gợi ý :* Để ý rằng có thể viết

$$-\sin\varphi - i\cos\varphi = -i(\cos\varphi - i\sin\varphi) = -i\left[\cos(-\varphi) + i\sin(-\varphi)\right].$$

IV – GỢI Ý ĐỀ KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG IV

(Thời gian làm bài mỗi đề là 45 phút)

ĐỀ SỐ 1

A – PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Chọn câu trả lời đúng bằng cách khoanh tròn mỗi chữ cái A, B, C, D trong mỗi câu sau.

Câu 1 *(1 điểm)*. Số phức z thay đổi sao cho $|z| = 1$ thì giá trị bé nhất m và giá trị lớn nhất M của $|z - i|$ là :

(A) $m = 0, M = 1$;

(B) $m = 0, M = 2$;

(C) $m = 0, M = \sqrt{2}$;

(D) $m = 1, M = 2$.

Câu 2 *(1 điểm)*. Khi số phức z thay đổi tuỳ ý thì tập hợp các số $2z + 2\bar{z}$ là :

(A) Tập hợp các số thực dương ;

(B) Tập hợp các số thực không âm ;

(C) Tập hợp tất cả các số thực ;

(D) Tập hợp tất cả các số phức không phải là số ảo.

Câu 3 *(1 điểm)*. Một acgumen của số phức $z \neq 0$ là φ thì một acgumen của $\frac{1}{z^2}$ là :

(A) $-\varphi^2$; (B) $-\varphi^2 + \frac{\pi}{2}$; (C) $2\varphi + \pi$; (D) -2φ.

Câu 4 *(2 điểm)*. Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thoả mãn điều kiện $\left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| = 1$.

Câu 5 *(2 điểm)*. Tìm phần thực và phần ảo của số phức

$$\left(\sqrt{3} + i\right)^8.$$

Câu 6 *(3 điểm)*. Xét phương trình bậc hai (đối với ẩn z)

$$z^2 + 2bz + c = 0,$$

trong đó b, c là hai số thực cho trước, $c \neq 0$. Gọi A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình đó. Tìm điều kiện về b và c để tam giác OAB là tam giác vuông.

Đáp án

Câu 1. (B)

Câu 2. (C)

Câu 3. (D)

Câu 4. $\left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| = 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = (x-1)^2 + y^2 \Leftrightarrow x = 0.$

Tập hợp cần tìm là trục ảo.

(Cũng dễ thấy $\left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| = 1$ khi và chỉ khi điểm M biểu diễn z cách đều hai điểm biểu diễn -1 và 1. Điều đó tương đương với $M \in Oy$).

Câu 5. $\sqrt{3} + i = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$

nên $(\sqrt{3} + i)^8 = 2^8\left(\cos\dfrac{8\pi}{6} + i\sin\dfrac{8\pi}{6}\right)$

$$= -2^8\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = -2^8\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right).$$

Vậy phần thực là $-2^7 = -128$, phần ảo là $-128\sqrt{3}$.

Câu 6. Hai nghiệm không thể đều là số thực vì O, A, B không thẳng hàng ; từ đó suy ra chúng là hai số phức liên hợp không thực (vì phương trình có mọi hệ số là số thực). Vậy tam giác OAB là tam giác vuông thì nó phải vuông cân đỉnh O, trung điểm của AB thuộc Ox. Điều này xảy ra khi và chỉ khi bình phương phần thực của một nghiệm bằng bình phương phần ảo của nghiệm đó (và khác 0). Vậy điều kiện cần tìm là $b^2 = c - b^2 > 0$ tức là $c = 2b^2 > 0$.

ĐỀ SỐ 2

A – PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Chọn câu trả lời đúng bằng cách khoanh tròn vào chữ cái A, B, C, D cho mỗi câu sau :

Câu 1 *(1 điểm)*. Khi số phức $z \neq 0$ thay đổi tuỳ ý thì tập hợp các số $z^2 + 1$ là :

(A) Tập hợp các số thực lớn hơn 1 ;

(B) Tập hợp tất cả các số phức ;

(C) Tập hợp các số phức khác 1 ;

(D) Tập hợp các số phức khác 0 và $-i$.

Câu 2 *(1 điểm)*. Một acgumen của số phức $z \neq 0$ là φ thì một acgumen của $\dfrac{\bar{z}}{1+i}$ là :

(A) $\varphi + \dfrac{\pi}{2}$; (B) $\varphi - \pi$; (C) $-\varphi + \dfrac{\pi}{4}$; (D) $-\varphi - \dfrac{\pi}{4}$.

Câu 3 *(1 điểm)*. Với mọi số phức z, ta có $|z+1|^2$ bằng

(A) $|z|^2 + 2|z| + 1$

(B) $z\bar{z} + 1$

(C) $z + \bar{z} + 1$

(D) $z\bar{z} + z + \bar{z} + 1$.

B – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 4 *(2 điểm)*. Chứng minh rằng khi số phức $z \neq 0$ thay đổi tuỳ ý thì tập hợp các điểm của mặt phẳng phức biểu diễn số phức $\dfrac{z}{\bar{z}}$ là đường tròn đơn vị (tâm O, bán kính bằng 1).

Câu 5 *(2 điểm)*. Cho các số phức $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $(r,\ \varphi \in \mathbb{R},\ r > 0)$ và $\alpha = \sqrt{3} - i$. Hãy viết dạng lượng giác của căn bậc hai của $\dfrac{\alpha}{\overline{z}}$.

Câu 6 *(3 điểm)*. Với mỗi số thực k sao cho $-2 \le k \le 2$, xét các nghiệm của phương trình (với ẩn z)

$$z^2 + kz + 1 = 0.$$

Chứng minh rằng tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các nghiệm đó khi k thay đổi là đường tròn đơn vị (tâm O, bán kính bằng 1).

Đáp án

Câu 1. (C)

Câu 2. (D)

Câu 3. (D)

Câu 4. Do $\left|\dfrac{z}{\overline{z}}\right| = 1$ nên mọi điểm đang xét thuộc đường tròn đơn vị. Ngược lại, xét điểm tuỳ ý thuộc đường tròn đơn vị ; nó biểu diễn số phức $w = \cos\varphi + i\sin\varphi$ $(\varphi \in \mathbb{R})$. Viết $z = r(\cos t + i\sin t)$ $(t \in \mathbb{R}, r > 0)$ thì $\dfrac{z}{\overline{z}} = \cos 2t + i\sin 2t$; chỉ cần chọn $t = \dfrac{\varphi}{2}$, $r > 0$ tuỳ ý thì $\dfrac{z}{\overline{z}} = w$.

Câu 5. $\alpha = 2\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$

nên $\dfrac{\alpha^3}{\overline{z}} = \dfrac{2^3}{r}\left(\cos\left(\varphi - \dfrac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\varphi - \dfrac{\pi}{2}\right)\right)$.

Từ đó các căn bậc hai của $\dfrac{\alpha^3}{\overline{z}}$ là $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{r}}\left(\cos\left(\dfrac{\varphi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{\varphi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)\right)$

và $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{r}}\left(\cos\left(\dfrac{\varphi}{2} + \dfrac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{\varphi}{2} + \dfrac{3\pi}{4}\right)\right)$.

Câu 6. Nghiệm có dạng $\frac{-k \pm \sqrt{4-k^2}i}{2}$, nó có phần thực $x = -\frac{k}{2}$, phần ảo $y = \pm\frac{\sqrt{4-k^2}}{2}$, từ đó $x^2 + y^2 = 1$. Vậy do $-2 \le k \le 2$, dễ thấy tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn đơn vị.