LUYỆN TẬP (2 tiết)

Mục đích chủ yếu của hai tiết luyện tập này là củng cố và nâng cao kĩ năng của học sinh về việc giải các phương trình, hệ phương trình mũ và lôgarit. Yêu cầu học sinh nắm vững các phương pháp giải đã học và vận dụng linh hoạt vào các bài tập cụ thể. Nếu cần, giáo viên có thể sưu tầm thêm các bài tập ngoài SGK, nhưng cần tránh

– Các phương trình và hệ phương trình có chứa tham số ;

– Các phương trình mũ chứa ẩn cả trong cơ số ;

– Các phương trình lôgarit chứa ẩn cả trong cơ số lẫn biểu thức dưới dấu lôgarit ;

– Các bài tập đòi hỏi biến đổi mũ và lôgarit quá phức tạp.

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

74. a) $x = -1$. *Gợi ý* : Với điều kiện $x < 1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình $(3 - x)(1 - x) = 2^3$.

b) $x = 0$. *Gợi ý* : Với điều kiện $x < 3$, phương trình đã cho tương đương với phương trình $9 - 2^x = 2^{3-x}$.

c) $7^{\log x} - 5^{\log x + 1} = 3.5^{\log x - 1} - 13.7^{\log x - 1}$

$\Leftrightarrow 7^{\log x} + 13.7^{\log x - 1} = 3.5^{\log x - 1} + 5^{\log x + 1}$

$\Leftrightarrow 20.\,7^{\log x - 1} = 28.\,5^{\log x - 1} \Leftrightarrow \left(\dfrac{7}{5}\right)^{\log x - 1} = \dfrac{7}{5}$

$\Leftrightarrow \log x - 1 = 1 \Leftrightarrow \log x = 2 \Leftrightarrow x = 100.$

d) $x = 0$.

75. a) $S = \{\log_3 28 \,;\, \log_3 82 - 4\}$.

Gợi ý : $\log_3(3^x - 1).\log_3(3^{x+1} - 3) = \log_3(3^x - 1).\,[1 + \log_3(3^x - 1)]$.

b) $S = \left\{\dfrac{5}{4} \,;\, 3\right\}$. *Gợi ý :* ĐKXĐ : $0 < x - 1 \neq 1$.

Đặt $y = \log_2(x - 1)$ với chú ý rằng $\log_{x-1} 4 = \dfrac{2}{\log_2(x-1)}$.

c) $S = \{-2^{25}\ ;\ -1\ \}$. *Gợi ý :* Do điều kiện $x < 0$, ta có $\sqrt{x^2} = -x$.

Đặt $y = \log_2(-x)$.

d) Ta có $\sqrt{x} = \sqrt{4^{\log_4 x}} = 2^{\log_4 x}$. Do đó

$$3^{\frac{1}{2}+\log_4 x} + 3^{\log_4 x-\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \Leftrightarrow \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)3^{\log_4 x} = 2^{\log_4 x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_4 x} \Leftrightarrow \log_4 x = \log_{\frac{2}{3}} \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = 4^{\log_{\frac{2}{3}} \frac{4}{\sqrt{3}}}.$$

76. a) $x = \log_{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \frac{3}{2}$. *Gợi ý :* Đặt $y = -\frac{1}{x}$ rồi chia hai vế cho 4^y, ta có :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2y} - \left(\frac{3}{2}\right)^{y} - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow y = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Từ đó, phương trình đã cho tương đương với

$$-\frac{1}{x} = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ hay } \frac{1}{x} = \log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1}.$$

b) $x = e^{-2}$. *Gợi ý :* ĐKXĐ là $x > 0$. Do đó $\ln x^2 = 2\ln x$ và ta có thể viết lại phương trình đã cho thành $4.2^{2\ln x} - 6^{\ln x} - 18.3^{2\ln x} = 0$. Phương trình này có thể giải bằng cách chia hai vế cho $2^{2\ln x}$ hoặc chia hai vế cho $3^{2\ln x}$.

c) $S = \{2\ ;\ 16\}$. *Gợi ý :* Đặt $y = \sqrt{\log_2 x}$ với điều kiện $y \geq 0$.

d) $S = \{2^{-7}\ ;\ 2\}$. *Gợi ý :* ĐKXĐ là $x > 0$. Với điều kiện đó ta có :

$$\log^2_{\frac{1}{2}}(4x) = \left(\log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 = \left(-2 - \log_2 x\right)^2 = (2 + \log_2 x)^2.$$

$$\log_2 \frac{x^2}{8} = \log_2 x^2 - \log_2 8 = 2\log_2 x - 3.$$

77. a) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

b) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. *Gợi ý :* Đặt $t = 4^{1+\cos 2x}$.

78. a) $x = -1$.

b) $x = 2$. *Gợi ý :* Do $0 < \sin\frac{\pi}{5} < 1$ và $0 < \cos\frac{\pi}{5} < 1$ nên :

– Nếu $x > 2$ thì $\left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^x < \left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^2$ và $\left(\cos\frac{\pi}{5}\right)^x < \left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^2$;

– Nếu $x < 2$ thì $\left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^x > \left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^2$ và $\left(\cos\frac{\pi}{5}\right)^x > \left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^2$.

79. a) $(x ; y) = (-2 ; 0)$.

b) $(x ; y) = (2 ; 5)$. *Gợi ý :* ĐKXĐ là $x > 0$ và $y > 0$. Khi đó, $\log_5 7.\log_7 y = \log_5 y$ và $\log_2 5.\log_5 y = \log_2 y$ nên ta có thể biến đổi tương đương hệ đã cho thành :

$$\begin{cases}\log_5 x + \log_5 y = 1 + \log_5 2\\ 3 + \log_2 y = \log_2 5 + 3\log_2 x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\log_5 xy = \log_5 10\\ \log_2 8y = \log_2 5x^3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}xy = 10\\ 8y = 5x^3.\end{cases}$$